



TASHQI G'ALAYONLAR SHAROITIDA CHIZIQLI UZLUKSIZ TIZIMLARNI ADAPTIV BOSHQARISH

Latipov Shahriyor [0009-0000-8320-1008]

Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti, "Oliy matematika va axborot texnologiyalari" kafedrası v.b dotsenti, PhD, E-mail: shahriyorlatipov@mail.ru

Annotatsiya. Ushbu maqolada tashqi g'alayonlar mavjudligi sharoitida chiziqli uzluksiz etalon modeli adaptiv boshqarish tizimlarini sintez qilish masalalarini ko'rib chiqiladi. Adaptiv boshqarish tizimlar real ishlab chiqarish jarayonlarida shu bilan birgalikda noma'lum tashqi g'alayonlarga alohida etibor qaratiladi. Boshqarish tizimining ishonchiligi va moslashuvchanligini ta'minlash muhim ahamiyat kasb etadi. Maqolada invariant ellipsoid hamda chiziqli matritsali tengsizliklar nazariyasiga asoslangan bo'lib bu samarali usullardan biri hisoblanadi, shuningdek etalon modeli adaptiv boshqarish tizimlarini ishlab chiqish uchun Lyapunovning kvadratik funksiyalaridan foydalanilgan holda boshqarish algoritmlari sintez qilinadi. Taklif etilgan yondoshuv tashqi g'alayonlarini samarali kompensatsiyalashga yo'naltirilgan adaptiv boshqarish algoritmlarini ishlab chiqish va boshqarish tizimlarini optimallashtirishga qaratilgan.

Kalit so'zlar: boshqarish tizimlari, tashqi g'alayonlar, chiziqli matritsa tengsizliklari, chiziqli uzluksiz tizimlar, parametrik noaniqliklar, ellipsoidlar nazariyasi, boshqarish obyekti, Lyapunov funksiyalari.

Аннотация. В данной статье рассматриваются вопросы синтеза адаптивных систем управления с эталонной моделью для линейных непрерывных объектов в условиях воздействия внешних возмущений. Особое внимание уделено разработке адаптивных алгоритмов управления, обеспечивающих устойчивое функционирование системы в условиях параметрической неопределённости и наличия неизвестных внешних возмущений, характерных для реальных производственных процессов. Предлагаемый подход основан на применении теории инвариантных эллипсоидов и линейных матричных неравенств, которые являются эффективным инструментом анализа и синтеза устойчивых систем управления. Кроме того, алгоритмы управления синтезируются с использованием квадратичных функций Ляпунова, что обеспечивает устойчивость и адаптивность системы. Разработанный подход направлен на эффективную компенсацию внешних возмущений, повышение качества управления и оптимизацию параметров адаптивных систем управления.

Ключевые слова: системы управления, внешние возмущения, линейные матричные неравенства, линейные непрерывные системы, параметрическая неопределённость, теория инвариантных эллипсоидов, объект управления, функции Ляпунова.

Annotation. This paper addresses the synthesis of model reference adaptive control systems for linear continuous systems operating under external disturbances. Particular attention is given to the development of adaptive control algorithms capable of ensuring reliable system performance in the presence of parametric uncertainties and unknown external disturbances commonly encountered in real industrial processes. The proposed approach is based on the theory of invariant ellipsoids and linear matrix inequalities, which provide an effective framework for the analysis and synthesis of robust control systems. Furthermore, the control algorithms are synthesized using Lyapunov quadratic functions to guarantee system stability and adaptive performance. The proposed method is aimed at the effective compensation of external disturbances, improving control quality, and optimizing the performance of adaptive control systems.

Key words: control systems, external disturbances, linear matrix inequalities, linear continuous systems, parametric uncertainties, invariant ellipsoid theory, control object, Lyapunov functions.

Kirish

Adaptiv boshqarish tizimlari obyektidagi g'alayonlarni samarali kompensatsiyalash orqali tizimning ish faoliyatini doimiy ravishda optimallashtiradi. Ushbu tizimlarning asosiy afzalligi shundaki, ular o'zgaruvchan sharoitlarga moslashish va tashqi g'alayonlarga chidamli bo'ladi. Boshqarish obyektining dinamikasi uning tashqi ta'sirlar va ichki parametrlarning o'zgarishiga javob berish qobiliyatini belgilaydi. Shu bilan birga, g'alayonlar

tizimning ishlashiga sezilarli ta'sir ko'rsatishi mumkin, bu esa kerakli xususiyatlardan kiruvchi og'ishlarga olib keladi. Bunday sharoitlarda, tizimlarning optimal ishlashi uchun samarali boshqarish algoritmlarini ishlab chiqish zarur. Adaptiv boshqarish usullari, obyekt dinamikasidagi o'zgarishlarni hamda tashqi g'alayonlarni kompensatsiyalash boshqarish parametrlari orqali amalga oshiriladi[1-2].

Boshqarish tizimlarining parametrik noaniq sharoitlarda adaptiv boshqarilishini amalga oshirish borasida muhim ilmiy tadqiqotlar olib borilmoqda. Bu borada, tashqi g'alayonlar sharoitida chiziqli uzluksiz tizimlarni adaptiv boshqarish tizimlari bo'yicha I.V. Miroshnik, Furtat I.B., Kruglov S.P., Polyak B.T., Xlebnikov M.V, Sherbakov P.S va boshqa olimlar tomonidan sintez qilingan algoritmlarga alohida ahamiyat berilmoqda. Ushbu ishlar boshqarish obyekt parametrlarining o'zgarishiga real vaqt rejimida moslashadigan boshqarish qonunlarini yaratishga qaratilgan[3-6]. Ushbu maqolada tashqi g'alayonlarning ta'sirini kamaytirish maqsadida, chiziqli uzluksiz etalon modeli adaptiv boshqarish tizimlarini matritsali tengsizliklar yondashuvidan foydalanilgan. Ishlab chiqilgan adaptiv boshqarish algoritmlari obyektini real vaqtdagi noaniq parametrlarini hamda tashqi g'alayonlarda sharoitida boshqarish imkonini beruvchi chiziqli matritsali tengsizliklar asosida sintezlangan moslashish qonunini ishlab chiqilgan. Tadqiqotning asosiy maqsadi tashqi g'alayonlarini samarali kompensatsiyalashga yo'naltirilgan adaptiv boshqarish algoritmlarini ishlab chiqish va boshqarish tizimlarini optimallashtirishga qaratilgan.

Keltirilayotgan tadqiqotda quyidagi chiziqli boshqarish tizimi ko'rib chiqamiz:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 u(t) + D w(t), & x(0) = x_0, \\ y = Cx(t) + B_2 u(t), \end{cases} \quad (1)$$

bu yerda $A \in R^{n \times n}$, $B_1 \in R^{n \times p}$, $B_2 \in R^{l \times p}$, $D \in R^{n \times m}$, $C \in R^{l \times n}$, A , B_1 juftlik $x(t) \in R^n$ fazaviy holat bilan boshqariladi, $y(t) \in R^l$ chiqish, $u(t) \in R^p$ boshqarish va l_∞ – chegaralangan tashqi g'alayonlar $w(t) \in R^m$, quyidagi cheklanishlarni qanoatlantiradi

$$w^T(t)w(t) \leq 1 \quad \forall t \geq 0. \quad (2)$$

Oldingi ishlarda (1), (2) tizimning chiqishiga l_∞ - chegaralangan tashqi g'alayonlarning ta'sirini kompensatsiya qilish uchun quyidagi hollar bo'yicha statik chiziqli teskari aloqa ishlatilgan.

$$u = Kx(t), \quad K \in R^{p \times n}. \quad (3)$$

Ushbu yondashuv tashqi g'alayonlarning ta'sirini minimallashtiradigan optimal rostlagich, yopiq tizimdan chiqishi uchun eng kichik chegaralangan ellipsoid bilan beriladi, deb taxmin qiladi.

Tizimning chiqishida $B_2 u$ komponentining mavjudligi (1) chiqishni minimallashtirishda katta nazorat qiymatlari paydo bo'lishining oldini olishga imkon beradi. Shuni ta'kidlash zarurki, ushbu masalada tashqi g'alayonlar haqida mavjud ma'lumotlar ularning qiymatlari bilan cheklangan. Biroq amaliyotda ma'lum bir vaqt momentida tashqi g'alayonlar vektorining ba'zi tarkibiy qismlarining bir lahzali qiymatlari ma'lum bo'lgan holatlar mavjud, masalan, elektr divigatellarni boshqarish tizimlarida. G'alayonlar bu yerda yuk momentining og'ishi bo'lishi mumkin[7].

Boshqarishni yaxshilash uchun tabiiyki tashqi g'alayonlar haqidagi qo'shimcha ma'lumotlardan foydalaniladi. Buning uchun tashqi g'alayonlar vektori bo'yicha (yoki uning "mavjud" tarkibiy qismlari bo'yicha) chiziqli teskari aloqa kiritiladi:

$$u = Kx(t) + K_1 w(t), \quad K_1 \in R^{p \times m}. \quad (4)$$

Shuni ta'kidlash kerakki, ba'zi holatlarda tashqi g'alayonlar va boshqarish obyektida "bir nuqtada" qo'llanilishi mumkin, ya'ni (1) tizim uchun quyidagi shart bajariladi:

$$B_1 = D.$$



Bizga ma'lumki, tizim trayektoriyalarining ixtiyoriy kichik sohada yaqinlashishini ta'minlaydigan (3) ko'rinishdagi rostlagichni qurish imkoniyati mavjud. Biroq ushbu rostlagichning o'zi cheksiz ortishi va shuning uchun boshqarish ta'sirining katta qiymatlari paydo bo'lishi bilan kompensatsiya qilinishi kerak bo'ladi [8].

Ushbu yondashuv (4) kombinatsiyalashgan teskari aloqadan foydalanishni talab etadi $K_1 = -I$.

Ushbu konfiguratsiyada (1) yopiq tizim quyidagi shaklni oladi:

$$\dot{x} = (A + B_1 K)x, \quad x(0) = x_0.$$

Bunday sxemada tizimning trayektoriyalari hatto (2) shartni qanoatlantira olmaydigan $w(t)$ tashqi g'alayonlar mavjud bo'lganda ham K stabilashtiruvchi rostlagichni tanlashdan qat'iy nazar asimptotik ravishda nolga intiladi. Ushbu yondashuvdan foydalanganda $w(t)$ g'alayonlar to'liq kompensatsiya qilinadi.

Ushbu yondashuvning asosiy elementi ishlab chiqilayotgan usulning asosini tashkil etuvchi invariant ellipsoidlar hisoblanadi. Ushbu ellipsoidlar dinamik tizim uchun erishish mumkin bo'lgan R to'plamni aniqlaydi.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Dw(t), & x(0) &= 0 \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (5)$$

bu yerda $A \in R^{n \times n}, D \in R^{n \times m}, C \in R^{l \times n}, x(t) \in R^n$ holat bilan, $y(t) \in R^l$ chiqish va (2) shartni qanoatlantiruvchi tashqi g'alayon $w(t) \in R^m$. Matritsa A barqaror, (A, D) boshqariladigan juftlik hisoblanadi, matritsa C to'liq satr rangiga ega.

Jarayonni amalga oshirishda R to'plamini aniq topish ancha qiyin va bunda ko'pincha berilgan to'plamning turli xil tashqi yaqinlashtirishlari qo'llaniladi. Samarali usullardan biri bu - ellipsoidal yaqinlashuvlarga asoslangan bo'lib, soddalikka ega, qaysiki, ular Lyapunovning kvadratik funksiyalari bilan bevosita bog'liqlikni namoyon etsa. Ushbu ishda boshqa tadqiqotlarga o'xshash invariant ellipsoidlardan foydalangan holda yondashuvga amal qilamiz. Ushbu yondashuv aniqmaslikni hisobga olgan holda yopiq tizim uchun Lyapunovning umumiy kvadratik funksiyasini qurishga asoslangan. Chiziqli matritsali tengsizliklari bunday yondashuvni amalga oshirish uchun tabiiy va qulay vosita hisoblanadi [9-11].

Eslatib o'tamiz, kvant fizikasida quyidagi ellipsoid

$$\varepsilon_x \doteq \varepsilon_x(P) = \{x \in R^n : x^T P^{-1} x \leq 1\}, \quad P > 0, \quad (6)$$

barcha $t \geq 0$ uchun $x(0) \in \varepsilon_x$ da $x(t) \in \varepsilon_x$ ga olib keladigan shartlarda, (2), (5) sistemalar bilan bog'langan invariant operator rolini bajaradi.

So'nggi tadqiqotlar yangi fundamental natijaga olib keldi. Agar $\alpha > 0$ aniq qiymatda ushbu ellipsoidga mos keladigan P matritsa chiziqli matritsali tengsizliklarni qanoatlantirsa, (6) ellipsoid (2), (5) tizimlar uchun invariant bo'ladi [12].

$$AP + PA^T + \alpha P + \frac{1}{\alpha} DD^T \leq 0, \quad P > 0. \quad (7)$$

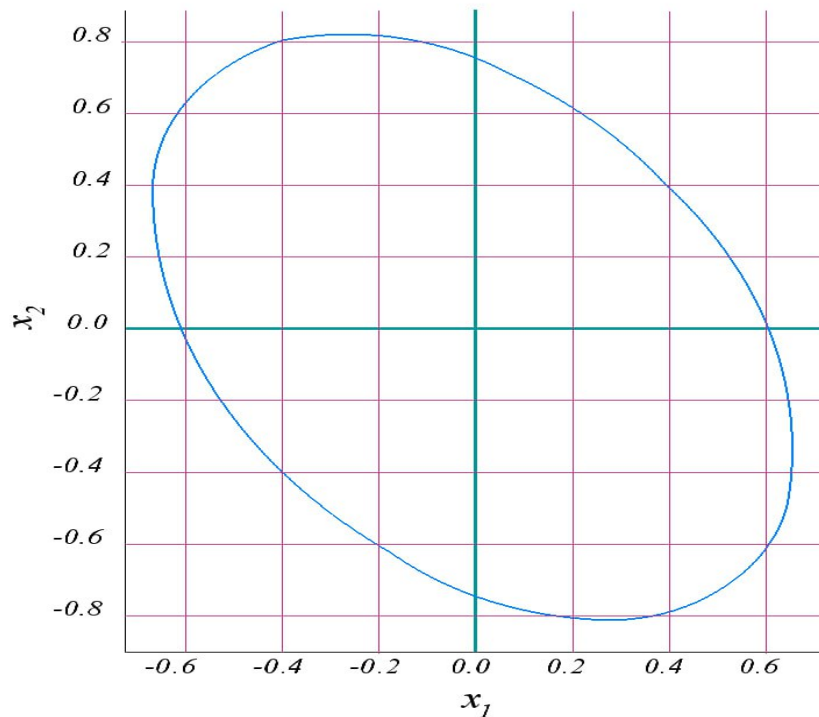
Shuni takidlash kerakki, (5) sistemaning erishishi mumkin bo'lgan to'plamini ifodalasa har bir invariant ellipsoid o'zida minimal R to'plamni saqlaydi. $\varepsilon_x(P)$ - bu holat fazosida tizim holati kirishi mumkin bo'lgan barcha nuqtalar to'plamini ifodalaydi, ya'ni:

$$R = \bigcup_{t \geq 0} x(t) \subseteq \varepsilon_x(P)$$

Shunday qilib, ushbu ellipsoid yordamida R to'plamning yuqori bahosi aniqlanadi, ya'ni tizim hech qachon bu ellipsoiddan tashqariga chiqmaydi (agar boshlang'ich shartlar ham ichida bo'lsa). Bu ellipsoidning yarim o'qlari kvadratlarining yig'indisi, chiziqli funksiya sifatida taqdim etilgan va P matritsasining iziga teng, bu esa minimallikning qulay mezoniga aylandi.

$y=Cx$ tizimning chiziqli chiqish vektori (6) invariant ellipsoid bilan bog'langan va quyidagi cheklovchi ellipsoid bilan chegaralangan.

$$\varepsilon_y = \{x \in R^m : y^T (CPC^T)^{-1} y \leq 1\}.$$



1-rasm. Invariant ellipsoidning R to'plami.

Birinci rasmda chiziqli tizim uchun erishishi mumkin bo'lgan R to'plamda aniqlangan invariant ellipsoid $\{x : x^T P^{-1} x \leq 1\}$ shaklida ifodalashimiz mumkin. Ushbu ellipsoid to'plamda dinamik tizimning barqarorligi kafolatlanadi. Invariant ellipsoidal hamda chiziqli matritsali tengsizliklar nazariyasiga asoslangan bo'lib bu samarali usul boshqarish obyektining turg'unligini taminlash va tashqi g'alayonlarga moslashuvchan oshqarish tizimini yaratish imkonini beradi.

Ammo shuni ta'kidlash kerakki, bu funksiya chiziqli bo'lib, uni (7) cheklanishlar bilan minimallashtirish α ning har bir qat'iy qiymati uchun yarim aniqlangan dasturlash masalasiga olib keladi. Chiziqli tizimlarni tashqi g'alayonlar sharoitida boshqarish masalalari ko'rib chiqildi.

Boshqarish obyektining invariant ellipsoid optimallashtirish masalasini ko'rib chiqamiz.

Quyidagi umumiy ko'rinishda keltirilgan chiziqli uzluksiz boshqarish tizimining holat tenglamasi:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -a_1 x_1 - a_0 x_2 + dw(t) \end{cases}$$

bu yerda: x_1, x_2 – boshqarish obyektining holat vektorlari, burchak tezligi, $w(t)$ – boshqarish obyektiga ko'rsatiladigan tashqi g'alayon. $a_1 > 0$, $a_0 > 0$ – noma'lum parametrlar, d - tashqi g'alayon koeffitsienti.

Boshqarish obyektining vektor ko'rinishdagi tenglamasi quydagicha:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Dw(t),$$

bu yerda:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_1 & -a_0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix},$$

Agar $a_1=2$, $a_0=1$, $d=1.5$ bo'lsa. Shunda:



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.5 \end{bmatrix} \text{ bo'ladi.}$$

Masala sharti eng kichik invariant ellipsoidni topish hisoblanadi:

$$P = P^T > 0, A^T P + PA + PDD^T P \leq 0.$$

O'zgaruvchi matritsa sifatida P ni belgilaymiz: $A = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix},$

Quyidagilarni hisoblaymiz:

1. $A^T P$

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

shunda:

$$A^T P = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2p_{12} & -2p_{22} \\ p_{11} - p_{12} & p_{12} - p_{22} \end{bmatrix}.$$

$$2. PA = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2p_{12} & p_{11} - p_{12} \\ -2p_{22} & p_{12} - p_{22} \end{bmatrix}.$$

3. $PDD^T P$ ifodani hisoblaymiz:

$$DD^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2.25 \end{bmatrix}$$

$$PDD^T P = P \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2.25 \end{bmatrix} P = 2.25 \times \begin{bmatrix} p_{12} \\ p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} = 2.25 \times \begin{bmatrix} p_{12}^2 & p_{12}p_{22} \\ p_{12}p_{22} & p_{22}^2 \end{bmatrix} \leq 0$$

Quyidagilardan foydalanib

$$A^T P + PA = 2.25 \times \begin{bmatrix} p_{12}^2 & p_{12}p_{22} \\ p_{12}p_{22} & p_{22}^2 \end{bmatrix} \leq 0,$$

Ifodani quydagicha soddalashtirib, har bir element bo'yicha ifodalarni hisoblab chiqamiz:

$$(1,1) \text{ element uchun: } -4p_{12} + 2.25p_{12}^2 \leq 0,$$

$$(1,2) \text{ va } (2,1) \text{ element uchun: } (-2p_{22} + p_{11} - p_{12}) + 2.25p_{12}p_{22} \leq 0,$$

$$(2,2) \text{ element uchun: } 2(p_{12} - p_{22}) + 2.25p_{22}^2 \leq 0,$$

Ellipsoidning minimal to'plamni olish uchun.

Birinchi tenglama uchun:

$$-4p_{12} + 2.25p_{12}^2 = 0, \text{ bu kvadrat tenglama } p_{12}=0, p_{12}=1,777 \text{ yechimlarga ega bo'ladi.}$$

Bundan $p_{12}=0$ bo'lsa, P matritsa ($\det(p)=0$) bo'ladi.

Agar $p_{12}=1,777$ deb qabul qilamiz.

2,2 element uchun ikkinchi tenglama: $2(p_{12} - p_{22}) + 2.25p_{22}^2 = 0$, bu kvadrat tenglamaga $p_{12}=1,777$ qiymatni o'rniga qo'yib yechimlarni topamiz.

$$3.554 - 2p_{22} + 2.25p_{22}^2 = 0,$$

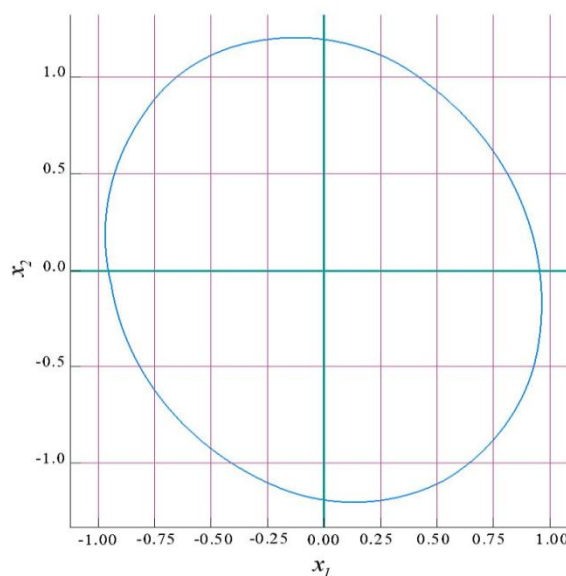
kvadrat tenglamning diskriminanti manfiy bo'lganligi uchun real ildizga ega emas. Bundan ikkinchi tenglama "nolga teng" emas. Minimal qiymatni ifodalaydigan yechim $p_{22}=2$ ni musbat qiymat tanlab, qolgan parametrlar moslashtiriladi.

(1,2) element shartidan foydalanib p_{11} ni topamiz.

$$(-2p_{22} + p_{11} - p_{12}) + 2.25p_{12}p_{22} = 0, p_{11} = -2.219.$$

Yuqoridagilardan foydalanib umumiy yechumni quydagicha bo'ladi:

$$P = \begin{bmatrix} -2.219 & 1.777 \\ 1.777 & 2 \end{bmatrix}$$



2-rasm. G'alayonli invariant ellipsoid grafigi.

2-rasmda invariant ellipsoid tasvirlangan bo'lib, u tizim holatlari (ya'ni x_1 va x_2) qanday chegaralarda bo'lishi mumkinligini ko'rsatadi. Ushbu ellipsoid tashqi $w(t)$ g'alayonlar ta'sirida tizim holati qanday o'zgarish diapazonida qolishini ifodalaydi.

Xulosa

Taklif etilgan yondashuv invariant ellipsoidlardan foydalanish va chiziqli matritsali tengsizliklarni qo'llashga asoslangan bo'lib, tizimning dinamikasini yaxshilash va uning samaradorligini oshirishda muhim ahamiyatga ega. Adaptiv boshqarish yondashuvi orqali, har qanday noaniqlik yoki g'alayonlar keltirib chiqaradigan salbiy ta'sirlarni kamaytirish imkonini beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

[1] Поляк Б. Т., Хлебников М. В., Щербаков П. С. Линейные матричные неравенства в системах управления с неопределенностью. Автоматика и телемеханика, 2021- №1. С. 3–54.

[2] Фуртат И. Б. Алгоритм управления нелинейными системами в условиях возмущений и помех измерения. Автоматика и телемеханика, 2018, -№7, С. 41-58.

[3] Wang S, Duan H, Li M, Polyakov A, Zheng G. Invariant Ellipsoids Method for Homogeneous Leader-Following Consensus Control. IEEE Transactions on Cybernetics, 2024, 55(3), 1323-1331pp.

[4] Шадрин Г. К. Физический подход к построению систем управления на основе компенсации динамики объекта и возмущений. Автоматика и телемеханика, 2016, - №7. С. 33–46.

[5] Баландин Д. В., Коган М. М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. - М.: Физматлит, 2007. - 280 с.

[6] Botirov T., Latipov Sh., Baqoyev H., Xashimova F., Botirov U. Algorithms for adaptive control with limited disturbance compensation. In E3S Web of Conferences (2024). (Vol. 525, p. 05023).



[7] Хлебников М. В. Метод инвариантных эллипсоидов для подавления ограниченных внешних возмущений в линейных системах управления: Москва, 2009. - 198 с.

[8] Александров В. А., Зыбин Е. Ю, Косьянчук В.В., Сельвесюк Н.И., Тремба А.А., Хлебников М.В. Оптимизация высотно-скоростного профиля крейсерского полета воздушного судна при фиксированном времени прибытия. Автоматика и телемеханика, 2021, - №7, С. 69-85.

[9] Поляк Б.Т., Квинто Я.И. Устойчивость и синхронизация осцилляторов: новые функции Ляпунова. Автоматика и телемеханика. 2017,- №7. С. 76-85.

[10] Щербаков П.С., Квинто Я.И. Эвристические подходы к построению эллипсоида минимального объема вокруг подмножества точек. ИТиВС, Россия, 2024. №4. С. 112–122.

[11] Botirov T. L. V., Latipov S. B. Synthesis of interval self-adjusting regulators in adaptive control systems. In Научное обозрение: актуальные вопросы теории и практики. 2022, (pp. 58-59).

[12] Назин С.А., Поляк Б.Т., Топунов М.В. Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов, Автоматика и телемеханика, 2007, №3. С.106–1