VEKTOR MAYDON OQIMI VA UNING BA'ZI TADBIQLARI

Primov A.[1[0009-0000-6226-7251]], ***Tursinboyeva Z.*** [2[0009-0006-6979-4429]], ***Temirova A.*** [3[0009-0004-9415-8139]]

[1]*Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti "Oliy matematika va axborot texnologiyalari" kafedrasi dotsenti, E-mail: pirimovakram615@gmail.com*
[2]*Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti "Oliy matematika va axborot texnologiyalari" kafedrasi katta o'qituvchisi, E-mail: ztursinboyeva@gmail.com*
[3]*Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti "Iqtisodiyot" yo'nalishi talabasi, E-mail: temirovaasal48@gmail.com*

Annotatsiya. Ushbu maqolada vektor maydon, vektor maydon oqimi tushunchasining matematik ta'rifi, uning fizik ma'nosi hamda ba'zi amaliy tadbiqlari ko'rib chiqiladi. Vektor maydoni oqimi, divergensiyasini hisoblash bo'yicha misollar keltiriladi. Maqolaning asosiy maqsadi vektor maydon oqimining integral hisobi bilan bog'liqligini ochib berish va uning muhim tadbiqlarini tizimlashtirishdan iborat.
Kalit so'zlar: Vektor maydon, oqim, sirt, vektot maydon oqimi, divergensiya, rotor, suyuqlik miqdori, Matlab dasturi, Ostrogradskiy formulasi.

Аннотация. В этой статье рассматривается векторное поле, математическое определение понятия потока векторного поля, его физическое значение, а также некоторые практические применения. Приведены примеры расчета потока, дивергенция векторного поля. Основная цель статьи раскрыть связь потока векторного поля с интегральным исчислением и систематизировать его важные приложения.
Ключевые слова: векторное поле, поток, поверхность, поток векторного поля, дивергенция, ротор, объем жидкости, программа MATLAB, формула Остроградского.

Abstract. This article discusses the vector field, the mathematical definition of the vector field flow, its physical significance, and some practical applications. It provides examples of calculating the flow and the divergence of a vector field. The main goal of the article is to explore the relationship between the vector field flow and integral calculus and to summarize its important applications.
Keywords: vector field, flow, surface, vector field flow, divergence, rotor, fluid volume, MATLAB program, Ostrogradsky formula.

Kirish

Matematikada vektor maydon tushunchasi turli fanlar va sohalarda, jumladan, fizika, muhandislik sohalarida keng qo'llaniladi. Vektor maydonlar ob'ektlarning fazoviy harakatini, kuchlarni va boshqa fizik ko'rinishlarni tasvirlashda asosiy rol o'ynaydi. Ularning xususiyatlarini chuqur o'rganish muhandislik masalalarini hal qilishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu maqolada vektor maydon oqimining nazariy asoslari matematik ifodalar va ularning geometrik talqinlari orqali yanada boyitiladi.

Asosiy qism

Mexanika fani nuqtai nazaridan, vector maydon oqimi birlik vaqt ichida berilgan sirtdan oqib o'tgan suyuqlik miqdori, ya'ni oqim quvvatiga teng.
Vektor maydon oqimi - bu vektor maydonining ma'lum bir sirt orqali qanchalik "oqib o'tayotgani"ning o'lchovidir. Oddiy qilib aytganda, bu bir sekund ichida shu sirt orqali o'tayotgan suyuqlik (yoki gaz) hajmini tasavvur qilish mumkin.

Boshqacha qilib aytganda vektor maydon oqimi - bu vektor maydonning biror sirt orqali oʻtish miqdorini ifodalovchi integral tushuncha boʻlib uni matematik jihatdan quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\Phi = \iint_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{A} \cdot \vec{n} dS \quad (1)$$

bu yerda $vec\{A\}$ - vektor maydon, $vec\{n\}$ - sirtga oʻtkazilgan birlik normal vektor, dS - sirt elementi.

Divergensiya (uzoqlashish) esa, birlik vaqt ichida berilgan nuqtadan ajralib chiqadigan yoki nuqtaga quyiladigan suyuqlik miqdoridir yoki divergensiya vector maydonning nuqtadagi solishtirma quvvatidir.

Vektor maydon oqimi uning integral, divergensiya esa differensial xarakteristikasi hisoblanadi. Vektor maydon oqimi divergensiyasi $div\,\bar{A} = \lim\limits_{v \to 0} \frac{\oiint_{(\tau)} \left(\bar{A}\bar{n}^0\right) d\tau}{v}$ formula bilan hisoblanadi.

Agar τ – sirt yopiq boʻlmasa, vektor maydon oqimi, sirt integralini bevosita integrallash orqali, yopiq boʻlgan holda esa Ostrogradskiy formulasidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Maʼlumki Ostrogradskiy formulasi sirt integrali va uch karrali orasidagi bogʻliqlikni ifodalaydi va vector koʻrinishi $\oiint_{(\tau)} \left(\bar{A}\bar{n}^0\right) d\tau = \iiint_{(v)} div\,\bar{A} dv$ da boʻladi [1, 2].

Endi baʼzi bir misollar yechimini qaraylik.

1-misol $\bar{A} = 7\,\bar{x\imath} + 5\,\bar{y\jmath} + \bar{zk}$ vektor maydon oqimini $x + 2y + 4z + = 1$ $(x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$ tekislikni tashqi normali boʻyicha hisoblaylik.

Yechish. $O = \iint (\bar{A}\ \bar{n}^0) dt$ formuladan foydalanamiz, buning uchun, vector maydon $\bar{A} = \{7x; 5y; z\}$ - shartda berilgan, $F(x,y,z) = x + 2y + 4z - 1 = 0$ dan $\bar{N} = \{F'_x; F'_y; F'_z;\} = \{1; 2; 4\}$ ekanligini topamiz. Vektor Oz oʻqi bilan oʻtkir burchak tashkil qilgani uchun, u tashqi normaldir

$|\bar{N}| = \sqrt{1+4+16} = \sqrt{21}$ boʻlgani uchun $\bar{n}^0 = \left\{\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{2}{\sqrt{21}}; \frac{4}{\sqrt{21}}\right\} = \{\cos\alpha;\ \cos\beta;\ \cos\gamma\}$ boʻladi. τ - sirtning har uchala koordinatalar tekisliklariga proeksiyasi teng qiymatli boʻlgani uchun, uning Oxy tekislikka proeksiyasini qaraymiz. U holda $d\tau = \frac{dxdy}{|\cos\gamma|} = \frac{dxdy}{4/\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{21}}{4} dxdy$ boʻladi [3].

Topilganlarni oqim formulasiga qoʻysak, quyidagiga ega boʻlamiz.

$$O = \iint (\bar{A}\,\bar{n}^0\,) d\tau = \iint (7\bar{x\imath} + 5\bar{y\jmath} + \bar{zk})(\frac{1}{\sqrt{21}}\bar{\imath} + \frac{1}{\sqrt{21}}\bar{\jmath} + \frac{4}{\sqrt{21}}\bar{k}) \frac{\sqrt{21}}{4} dxdy =$$

$$\iint \frac{1}{\sqrt{21}} \frac{\sqrt{21}}{4} (7x + 10y + 4z) dxdy = \frac{1}{4} \iint (7x + 10y + 4z) dxdy = \left[z = \frac{1}{4}(1 - x - 2y)\right]$$

$$= \frac{1}{4} \iint (7x + 10y + 1 - x - 2y)\, dxdy = \frac{1}{4} \iint (6x - 8y + 1)\, dxdy$$

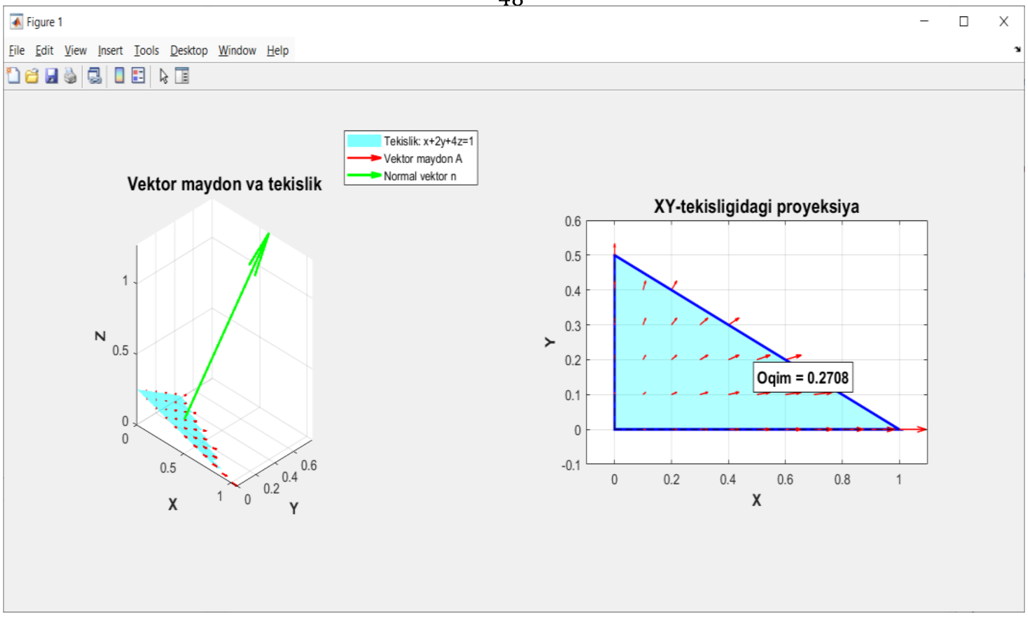
$$= \frac{1}{4} \int_0^1 (\int_0^{1-x/2} (6x - 8y + 1)\, dy) dx =$$

© Journal of Advances in Engineering Technology Vol.1(21), January — March, 2026
DOI 10.24412/2181-1431-2026-1-58-61

$$\frac{1}{4}\int_0^1 (6xy-4y^2+y)\Big|_0^{1/2(1-x)} dx = \frac{1}{4}\int_0^1 (-2x^2+\frac{1}{2}x+\frac{3}{2})dx == \frac{1}{4}(-\frac{2}{3}x^3+\frac{x^2}{4}+\frac{3}{2}x)\Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{4}(-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{3}{2}) = \frac{-8+3+18}{4\cdot 12} = \frac{13}{48}$$

Demak, qaralayotgan sirtdan birlik vaqt ichida $\frac{13}{48}$ miqdorida suyuqlik oqib o‘tar ekan.

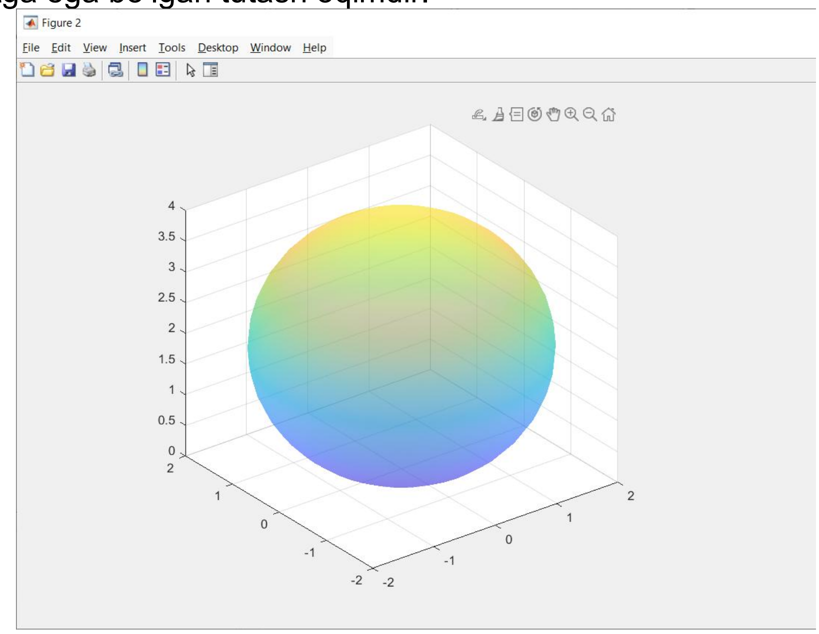


1-rasm. Matlab dasturidagi grafik ifodasi.

2-misol $\overline{A} = \{yz-2x, x^3+y-z;\ xy^2-z+8\} = \{x; y; z\}$ vektor maydon oqimi $x^2+y^2+z^2=4z$ sfera tashqi sirti bo‘yicha hisoblaylik.

Yechish. Maydon divergensiyasini hisoblaylik.

$div\,\overline{A} = \frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{dy}+\frac{\partial Z}{dz} = -2+1-1 = -2$ divergensiya o‘zgarmas va manfiy bo‘lgani uchun, mexanika nuqtai nazaridan maydon oqimi barcha nuqtalarda bir xil va -2 ga teng solishtirma quvvatga ega bo‘lgan tutash oqimdir.

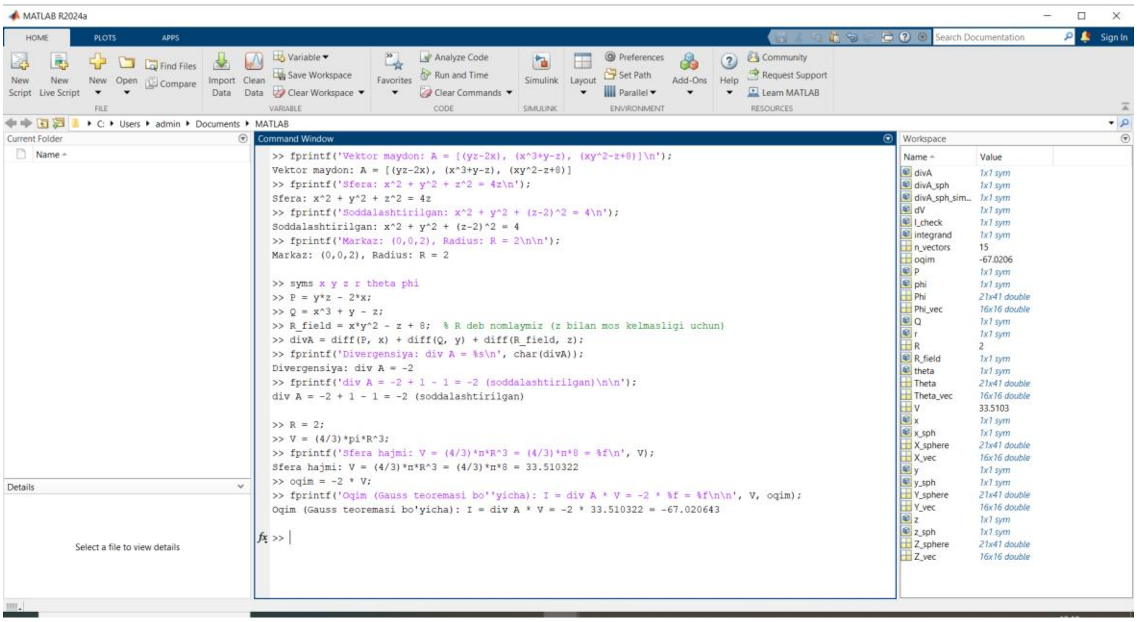


2-rasm. Matlab dasturidagi grafik ko‘rinishi.

DOI 10.24412/2181-1431-2026-1-58-61

Bu maydon oqimini hisoblashda Ostrogradskiy formulasidan foydalanamiz.

$$O = \oiint_{\sigma} (\bar{A}\bar{n}^0)d\tau = \iiint_{v} div\bar{A}dv = -2\iiint_{v} dv = -2V_{shar} = -2\frac{4}{3}\pi R^3 = -\frac{8}{3}\pi 2^3 = -\frac{64}{3}\pi$$



3-rasm. Misolning Matlab dasturida yechilishi.

Xulosa

Maqolada vektor maydoni va vektor maydoni oqimining nazariy asoslari, ularning xossalari va amaliy tadbiqlari ko‘rib chiqildi. Divergensiya, sirkulyasiya va rotor kabi matematik tushunchalar muhandislik masalalarini hal qilishda asosiy vositalar hisoblanadi. Bu tushunchalardan asosan suyuqlik va gazlarning harakatini modellashtirishda foydalaniladi. Masalan, samolyot qanoti atrofidagi havo oqimini tahlil qilish, quvurlardagi suyuqlik oqimini o‘rganish yoki yurak kameralaridagi qon oqimini modellashtirishda qo‘llaniladi Vektor maydonlarni chuqur o‘rganish ilmiy va texnik muammolarni samarali hal qilishga yordam beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

[1]. Salohiddinov M. Matematik fizika tenglamalari. “O‘zbekiston” nashriyoti. T. 2002 y.
[2]. В.А.Краснов, Киселев, Макаренко “Векторный анализ” Москва, Наука, 1978г.
[3]. Л.И. Терехина, И.И. Фикс Высшая математика Часть 3. Томск, 2002г.