



# ОБ ОДНОЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФЕРМЕРСКИХ ХОЗЯЙСТВ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ВОДНЫХ РЕСУРСОВ

Утеулиев Н.У. <sup>1</sup>[0009-0003-0698-5365], Арзымбетов Т.З. <sup>2</sup>[0009-0005-8808-3238],  
Жарылканов Б.П. <sup>3</sup>[0009-0009-3208-93-06]

<sup>1</sup>Заведующий кафедрой программной инженерии Нукусского государственного  
технического университета

<sup>2</sup>Доцент кафедры программной инженерии Нукусского государственного  
технического университета

<sup>3</sup>Докторант Ташкентского университета информационных технологий имени  
Мухаммада ал-Хорезми

**Аннотация.** В предлагаемой работе рассматриваются стохастические модели оптимизации деятельности фермерских хозяйств при ограниченном использовании водных ресурсов. Устанавливаются соотношения двойственности и условия оптимальности для стохастических моделей фермерских хозяйств при ограниченных водных ресурсах. С помощью второй теоремы двойственности определяются размеры платы за водопользование для производства растениеводческой продукции.

**Ключевые слова:** стохастическая модель, двойственность, оптимальность, водные ресурсы, фермерское хозяйство, случайность.

**Abstract.** The proposed paper considers stochastic models for optimizing the activities of farms with limited use of water resources. The relations of duality and optimality conditions for stochastic models of farms with limited water resources are established. The second duality theorem is used to determine the amount of water use fees for crop production.

**Keywords:** stochastic model, duality, optimality, water resources, farming, randomness.

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada cheklangan suv resurslarida fermer xo'jaliklari faoliyatini optimallashtirish uchun stoxastik modellari taqdim etiladi. Fermer xo'jaliklarida suv resurslari cheklanganda stoxastik modellar uchun ikkilik munosabatlari va optimallik shartlari o'rnatildi. Ikkilikning ikkinchi teoremasidan foydalanib, o'simlik mahsulotlarini ishlab chiqarish uchun suv resursiga to'lov miqdori aniqlandi.

**Kalit so'zlar:** stoxastik model, ikkilik, optimallik, suv resurslari, fermer xo'jaligi, tasodifiylik.

## Введение

В настоящее время современное сельское хозяйство в условиях Центральной Азии сталкивается с возрастающей неопределённостью природных и экономических факторов. В первую очередь это касается водных ресурсов - ключевого фактора устойчивости аграрного производства. По оценкам FAO (Продовольственная и сельскохозяйственная организация ООН) и IPCC (Межправительственная группа экспертов по изменению климата), доля сельского хозяйства в общем водопотреблении региона превышает 80 %, при этом 30 – 40 % воды теряется вследствие неэффективного распределения. Существующие классические детерминированные модели рационального использования водных ресурсов предполагают полное знание параметров, однако в реальной практике это невозможно.

Стохастическая модель является развитием детерминированной задачи оптимального распределения ресурсов, где неопределённость урожайности и климатических факторов вводится через вероятностное пространство  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ .



В современных исследованиях преимущественно используются робастные и адаптивные модели, которые сочетают преимущества вероятностного и детерминированного подходов. Как известно, робастные модели сохраняют свою производительность и качество даже при наличии ошибок, шумов или аномалий во входных данных. Они характеризуются устойчивостью к отклонением от нормальных условий. Такое свойство придаёт им надёжность в реальных приложениях, в которых данные не всегда идеальны.

В связи с этим представляется интересной стохастическая постановка задачи оптимизации деятельности фермерских хозяйств при ограниченном использовании водных ресурсов. Стохастический характер рассматриваемых задач в этой области объясняется различными причинами. В частности, состояние погоды, имеющие совокупность случайных факторов, выражает некоторое колебание урожайности сельскохозяйственных структур и других экономических показателей.

Рассмотрим стохастическую модель фермерских хозяйств, где учитывается вероятностный характер урожайности. Тогда стохастическая постановка задачи оптимизации деятельности фермерских хозяйств при ограниченном использовании водных ресурсов имеет следующий вид:

Целевая функция (1)

$$F = \sum_{j \in A} \sum_{k=1}^K P_{kj} \bar{a}_{kj} x_{kj} - M \left\{ \sum_{j \in A} \lambda_j \left( \max \left( 0, \alpha_j - \sum_{k=1}^K a_{kj}(\theta) x_{kj} \right) \right) \right\} \rightarrow \max \quad (1)$$

где  $a_{kj}(\theta)$  - показатель урожайности  $j$ -i культуры на  $k$ -м участке земли зависит от случайной величины  $\theta$ :  $\bar{a}_{kj} = M a_{kj}(\theta)$ ,  $M$ -знак математического ожидания,  $\theta$  - элементарное событие вероятностного пространства  $(\theta, F, P)$ .

Экономический смысл, целевая функция состоит из двух частей: Совокупная прибыль от сельскохозяйственного производства:  $x_{kj}$  — объём производства  $j$ -й культуры на  $k$ -м участке;  $P_{kj}$  — прибыль на единицу продукции;  $a_{kj}$  — нормативный коэффициент (урожайность, выход продукции).

Штрафной член, учитывающий дефицит ресурсов (прежде всего воды):  $M$  — большое положительное число (коэффициент штрафа);  $\lambda_j$  — коэффициент активации штрафа; функция  $\max(0, \cdot)$  учитывает только случаи нарушения ограничений.

Таким образом, модель максимизирует прибыль и минимизирует последствия дефицита воды. Ограничение по водным ресурсам (2)

$$\sum_{j \in A} x_{kj} \leq S_k, \quad (k = \overline{1, K}) \quad (2)$$

где  $S_k$  — объём доступных водных ресурсов на  $k$ -м участке или в  $k$ -м периоде. Это основное балансовое ограничение водопользования.

Ограничения по земельным ресурсам

$$\sum_{j \in A} \sum_{k=1}^K b_{skj} x_{kj} + \sum_{j \in A} a_{sj} x_j \leq b_s, \quad (s = \overline{1, m}) \quad (3)$$

где  $b_s$  — площадь земель  $s$ -го типа; коэффициенты  $b_{skj}$  и  $a_{sj}$  отражают нормы использования земли. Ограничение гарантирует, что используемая площадь не превышает имеющийся земельный фонд.



Ограничения по материальным ресурсам

$$\sum_{j \in A} \sum_{k=1}^K a_{ojk} x_{kj} \leq b_{\omega}, \quad (\omega \in W) \quad (4)$$

где  $\omega$  — тип материального ресурса (семена, удобрения, ГСМ и др.);  $b_{\omega}$  — доступный объём соответствующего ресурса.

Ограничения по минеральным ресурсам

$$\sum_{j \in A} \sum_{k=1}^K \hat{b}_{kj} x_{kj} + \sum_{j \in A} a_j x_j \leq \hat{b} \quad (5)$$

Ограничение обеспечивает соблюдение экологических и агрохимических нормативов.

$$x_{kj} \geq 0, x_j \geq 0, y_j(\theta) \geq 0 \quad \text{п.н.} \quad (6)$$

Для качественного исследования задачи (1)-(6) можно представить в  $(x, y(\theta))$  - форме согласно терминологии [1], т.е.

$$\sum_{j \in A} \sum_{k=1}^K P_{kj} \bar{a}_{kj} x_{kj} - M \sum_{j \in A} \lambda_j y_j(\theta) \rightarrow \max \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^K a_{kj}(\theta) x_{kj} + y_j(\theta) \geq \alpha_j \quad (8)$$

$$\sum_{j \in A} x_{kj} \leq S_k, \quad (k = \overline{1, R}), \quad (9)$$

где  $\lambda_j$  - штрафный множитель. К задаче (7)-(9) можно поставить в соответствии с работой [1], двойственную задачу в виде

$$M \sum_{j \in A} (\alpha_j, u_j(\theta)) + \sum_{h=1}^K (s_k, v_k) + \sum_{s=1}^m (b_s, z_s) + \sum_{\omega \in W} (b_{\omega}, \alpha_{\omega}) + bl \rightarrow \min \quad (10)$$

$$v_k + \sum_{s=1}^m b_{sjk} z_s + \sum_{\omega \in W} a_{ojk} \alpha_{\omega} + b_{kj} l - M a_{kj}(\theta) u_j(\theta) > P_{kj} \bar{a}_{kj} \quad (11)$$

$$\lambda_j + u_j(\theta) \leq 0 \quad \text{п.н.} \quad (12)$$

$$u_j(\theta) \geq 0 \quad \text{п.н.}, \quad v_k \geq 0, z_s \geq 0, \alpha_{\omega} \geq 0, l \geq 0, \quad (13)$$

где  $u_j(\theta) \geq 0, v_k \geq 0, z_s \geq 0, \alpha_{\omega} \geq 0, l \geq 0$ , двойственные переменные.

$u_j(\theta)$  - оценка минимального объёма  $j$ -й продукции растениеводства (случайный вектор);  $v_k$  - оценка  $k$ -го вида земельного ресурса;  $z_s$  - оценка  $s$ -го материального ресурса;  $\alpha_{\omega}$  - оценка  $\omega$ -го вида минеральных удобрений;  $l$  - оценка водного ресурса; Теперь согласно [3,4], приведем вторую теорему двойственности для задач (7) - (8) и (9)-(13). Теорема(вторая теорема



двойственности). Для того, чтобы допустимое решение  $(x_{kj}^*, x_j^*)$  задачи (7)-(9) было оптимальным, необходимо и достаточно, чтобы существовали такие величины  $(u_j^*, g_k^*, z_s^*, \alpha_\omega^*, l)$ , что

если  $x_{kj}^{n*} > 0$ , то

$$u_k^* + \sum_{s=1}^m b_{sjk} z_s^* - \sum_{\omega \in W} a_{\omega jk} \alpha_\omega^* + b_{kj} l - Ma_{kj}(\theta) u_j(\theta) = P_{kj} \bar{a}_{kj} \quad (14)$$

если

$$u_k^* + \sum_{s=1}^m b_{sjk} z_s^* - \sum_{\omega \in W} a_{\omega jk} \alpha_\omega^* + b_{kj} l - Ma_{kj}(\theta) u_j(\theta) > P_{kj} \bar{a}_{kj} \text{ то } x_{kj}^{n*} = 0, \quad (15)$$

Из (15) можно определить цену воды для растениеводческой продукции в стохастическом варианте:

$$l^* = \frac{(P_{kj} \bar{a}_{kj} + Ma_{kj}(\theta) u_j^+(\theta))}{\hat{b}_{kj}} - \frac{(u_k^* + \sum_{s=1}^m b_{sjk} z_s^* + \sum_{\omega \in W} a_{\omega jk} \alpha_\omega^*)}{\hat{b}_{kj}} \\ = \frac{(P_{kj} \bar{a}_{kj} + Ma_{kj}(\theta) u_j^+(\theta)) - (u_k^* + \sum_{s=1}^m b_{sjk} z_s^* + \sum_{\omega \in W} a_{\omega jk} \alpha_\omega^*)}{\hat{b}_{kj}} \quad (16)$$

Значит, соотношение (16) имеет следующий экономический смысл.

Цена воды на производство растениеводческой продукции в оптимальном плане состоит из разности суммирования средней прибыли, оценок средней урожайности, минус оценка минимального объема растениеводческой продукции, суммирование оценок материального ресурса, суммирование оценок затрат минеральных удобрений, деленных на норму затрат воды на единицу площади k-х участков земли для возделывания j-ой растениеводческой продукции.

## Заключение

В заключение отметим, что создание стохастических моделей фермерских хозяйств даст возможность рационально использовать водные ресурсы для нужд сельского хозяйства, и также позволит, в определённой степени, смягчить отрицательные последствия их использования.

## Список использованной литературы:

- [1]. Ермолев Ю.М., Ястремский А.И. Стохастические модели и методы в экономическом планировании. Монография. - М.: Наука, 1988. - 253 с.
- [2]. Ляшенко И.Н., Михалевич М.В., Утеулиев Н.У. Методы эколого-экономического моделирования. - Нукус: Билим. 1994. 236с.
- [3]. Утеулиев Н.У. Стохастические модели и методы оптимизации природопользования. Монография. – Ташкент: Aloqachi. 2019 г. 128 с.
- [4]. Гольштейн Е.Г. Теория двойственности в математическом программировании и её приложения. -: Наука, 1971. - 351 с.