



ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ С ПОДЗЕМНЫМ СООРУЖЕНИЕМ

Ишмаматов Матлаб Рахматович - Заведующей кафедры «Высшей математики и информационных технологий» Навоийского государственного горного и технологического университета, доцент к.т.н., Республика Узбекистан, г.Навои.

Ахмедов Насриддин Баходирович - Заведующей отдела «Центр цифровых образовательных технологий» Навоийского государственного горного и технологического университета, Республика Узбекистан, г.Навои.

Музаффарова Лайло Нуритдинова - старшей преподаватель Навоийского государственного педагогического института, Республика Узбекистан, г.Навои.

Аннотация. При землетрясении от очага к сооруженного подходит сейсмическая волна, которая несет с собой определенную энергию. Если эпицентр близкой, а гипоцентр глубокий по отношению к рассматриваемому сооружению первой к нему подходит объемная продольная волна, т.е. волна сжатия – растяжение. Она проходит по сооружению так же, как в грунт, меняя при этом свои характеристики из – за изменения упругих свойств среды. За объемной продольной подходит объемная поперечная(сдвиговая) волна, которая и несет с собой основную массу энергии.

Ключевые слова: сооружения, сейсмическая волна, функции Бесселя и Ханкеля, продольная волна, сдвиговая волна.

YER OSTI INSHOATLARIGA SEYSMIK TO‘LQINLARNING O‘Z-ARO TA‘SIRI

Ishmamatov Matlab Raxmatovich – Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti “Oliy matematika va axborot texnologiyalari kafedrası” mudiri, dotsent, O‘zbekiston Respublikasi, Navoiy shahri.

Axmedov Nasriddin Baxodirovich – Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti “Raqamli ta’lim texnologiyalari markazi” boshlig‘i, O‘zbekiston Respublikasi, Navoiy shahri.

Muzaffarova Laylo Nuritdinova - Navoiy davlat pedagogika instituti katta o‘qituvchisi, O‘zbekiston Respublikasi, Navoiy shahri.

Аннотасија. Zilzila paytida seysmik to‘lqin fokusdan qurilganga yaqinlashadi, u o‘zi bilan ma’lum bir energiya olib yuradi. Agar epitsentr yaqin bo‘lsa va gipotsentr chuqur bo‘lsa, ko‘rib chiqilayotgan tuzilishga nisbatan birinchi bo‘lib volumetrik bo‘ylama to‘lqin unga mos keladi, ya’ni, siqilish to‘lqini – cho‘zish. Atrof – muhitning elastik xususiyatlarining o‘zgarishi tufayli uning xususiyatlarini o‘zgartirganda, u erga xuddi shu tarzda bino bo‘ylab o‘tadi. Volumetrik bo‘ylama uchun energiyaning asosiy qismini olib yuradigan volumetrik ko‘ndalang (siljish) to‘lqin mos keladi.

Калит со‘злар: inshootlar, seysmik to‘lqin, Bessel va Hankel funksiyalari, uzunlama to‘lqin, siljish to‘lqini.

INTERACTION OF A SEISMIC WAVE WITH AN UNDERGROUND STRUCTURE



Ishmamatov Matlab Raxmatovich - Head of the Department of “Higher Mathematics and Information Technologies” of Navoi State Mining and Technological University, Associate Professor, Republic of Uzbekistan, Navoi c.

Axmedov Nasriddin Baxodirovich - Head of the “Center for digital education technologies” of Navoi State University of mining and technology, Republic of Uzbekistan, Navoi c.

Muzaffarova Laylo Nuritdinova - Senior lecturer of the Navoi State Pedagogical Institute, Republic of Uzbekistan, Navoi c.

Annotation. During an earthquake, a seismic wave comes from the source to the structure, which carries with it a certain energy. If the epicenter is close and the hypocenter is deep in relation to the structure in question, the first to approach it is a volume longitudinal wave, i.e. a compression-strain wave. It passes through the structure as well as into the ground, changing its characteristics due to changes in the elastic properties of the medium. The bulk longitudinal wave is followed by a bulk transverse (shear) wave, which carries the bulk of the energy.

Keywords: Facilities, seismic wave, Bessel and Hankel functions, longitudinal wave, shear wave.

Постановка задачи и методики решения.

В случае достаточно протяженного подземного сооружения и воздействия, направленного перпендикулярного ее продольной оси, окружающая среда и обделок сводится к плоской задаче динамической теории упругости (или вязко упругости).

В предположении обобщенного плоско-деформированного состояния уравнение движения в смещениях имеет вид [1]

$$(\lambda + 2\mu) \text{grad div } \vec{u} - \mu \text{rot rot } \vec{u} + \vec{b} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где λ и μ -модули упругости, называемыми постоянными Ламе; \vec{b} -вектор плотности объемных сил ($b = 0$); ρ -плотность материала, \vec{u} – вектор смещения, который зависит от r, θ, t . Поставленная задача решается в потенциалах перемещений

$$\vec{u} = u_r \vec{i} + u_\theta \vec{k}; \quad u_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}; \quad u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial r}.$$

Потенциалы φ и ψ удовлетворяют волновому уравнению

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{C_\alpha^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}; \quad \nabla^2 \psi = \frac{1}{C_\beta^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \quad (2)$$

где φ и ψ -являются потенциалами перемещений, C_α и C_β -фазовые скорости распространения волн расширения и сдвига. В работе [1] показано, что жидкость можно считать идеальной, а ее движение безвихревым и изотермическим. При давлениях до 100 МПа движение жидкости вполне удовлетворительно описывается волновыми уравнениями для потенциалов скорости частиц жидкости [2]

$$\nabla \varphi = \frac{1}{C_o^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2},$$

где C_o - скорость звука в жидкости. Потенциал φ и вектор скорости жидкости связаны зависимостью $\vec{V} = \text{grad } \varphi$. Давление жидкости можно определить с помощью линеаризованного интеграла Коши-Лагранжа



$$P = -\rho_0 C_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t},$$

где ρ_0 - плотность жидкости. При условии безотрывного обтекания жидкости нормальная компонента скорости жидкости и оболочка на поверхности их контакта должны быть равны. Отсюда следует следующие граничные условия

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{S_0} = \frac{\partial u_r}{\partial t},$$

где S_0 - поверхность контакта; n -нормальные поверхности оболочки; u_r - перемещения оболочки по нормали. Падающая плоская волна расширения (или сдвига) рассматривается распространяющейся в положительном направлении оси x и представляется следующим образом

$$\varphi^{(p)} = \varphi_0 e^{i(\alpha x - \omega t)}; \psi^{(p)} = 0; \text{или } \psi^{(p)} = \psi_0 e^{i(\beta x - \omega t)}; \varphi^{(p)} = 0,$$

где φ_0 или ψ_0 – величина амплитуды; ω - круговая частота $\alpha^2 = \omega^2 / C_p^2$ и $\beta^2 = \omega^2 / C_\beta^2$ - волновые числа расширения и сдвига соответственно. Если граница области, в которой изучается волновое поле, уходит в бесконечность, тогда требуются дополнительные условия в бесконечности. Впервые эти условия получены Зоммерфельдом и подробно обсуждены в работах [1,2]. Если функции φ удовлетворяет уравнению Гельмгольца (в нашего случая удовлетворяет), то однозначность решения задачи в бесконечной области можно обеспечить требованиям условия излучения Зоммерфельда. Здесь r радиус в цилиндрической системе координат. На границе двух тел, выполняется условие жесткого контакта, т.е. выполняется условие равенства соответствующих перемещения и напряжения

$$\sigma_{rr}^{(1)} = \sigma_{rr}^{(2)}; \sigma_{r\theta}^{(1)} = \sigma_{r\theta}^{(2)}; u_r^{(1)} = u_r^{(2)}; u_\theta^{(1)} = u_\theta^{(2)}.$$

Одна из задач посвящена распространению гармонических сдвиговых волн, в двумерном упругом теле с круглым отверстием (подкрепленным). В такой постановке изучается наложение подходящих волн и отраженных от отверстия волн сдвига и растяжения – сжатия, что приводит к концентрации напряжения. Решение дифракционной задачи для плоской гармонической сдвиговой волны получено в [1], которое имеет следующий вид

$$(\sigma_{\theta\theta}^* = \sigma_{\theta\theta} / \sigma_0; \sigma_0 = \mu \beta^2 \psi_0; \psi_0 - \text{амплитуда падающих волн, } \mu - \text{коэффициент Ламе})$$

$$\sigma_{\theta\theta}^* = \frac{8}{\pi} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{n \left(n^2 - 1 - \frac{\beta^2 \alpha^2}{2} \right) H_n(\alpha a)}{\Delta_n} \sin n\theta e^{-i\omega t}$$

где

$$\Delta_n = \alpha a H_{n-1}(\alpha a) \left[(n^2 - 1) \beta a H_{n-1}(\beta a) - (n^3 - n + \frac{1}{2} \beta^2 \alpha^2) H_n(\beta a) \right] + H_n(\alpha a) \left[-(n^3 - n + \frac{1}{2} \beta^2 \alpha^2) \beta a H_{n-1}(\beta a) + (n^2 - n - \frac{1}{4} \beta^2 \alpha^2) \beta^2 \alpha^2 H_n(\beta a) \right],$$

$H_n(\beta a)$ – функция Ханкеля; $\alpha = \omega / C_p$; $\beta = \omega / C_s$; C_p и C_s – соответственно скорости распространения продольных и поперечных волн; ω - круговая частота, $\pi = 3,14$. Расчеты методами теории упругости дают при отсутствии обделки вокруг отверстия и длине волны

существенно больше диаметра отверстия следующее приближенное выражение для напряжений по периметру

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{2Gv_0}{c_s} \left(1 - c_s^2 / c_p^2\right) \sin 2\theta \sin \omega t,$$

где G – модуль сдвига для грунта, v_0 – амплитуда скорости падающей сейсмической волны.

Численные результаты и обсуждения.

Ввиду того, что длина сейсмической волны как правило превышает характерные размеры поперечных сечений выработок (например диаметр D), особым интересом представляют решение дифракционных задач для длинноволновых воздействий, т.е. когда $\frac{D}{\lambda} < 1$.

Максимальные коэффициенты динамических концентраций напряжений K_σ (отношение максимальных напряжений на контуре к амплитуде падающей плоской волны) на рис.1, ввиду того, что длина сейсмической волны как правило превышает характерные размеры поперечных сечений выработок (например диаметр D), особым интересом представляет решение дифракционных задач для длинноволновых воздействий, т.е. когда $\frac{D}{\lambda} < 1$.

Максимальные коэффициенты динамических концентраций напряжений K_σ (отношение максимальных напряжений на контуре к амплитуде падающей плоской волны) на рис.1, в зависимости от значений параметра $\frac{D}{\lambda}$ и коэффициента Пуассона ν материала плоскости.

При больших длинах волн ($\frac{D}{\lambda} = 0,04 \div 0,16$) максимальные коэффициенты динамических концентраций оказались на 5 – 10% больше, чем при соответствующем двусосном статическом нагружении ($\lambda \rightarrow \infty$)[1].

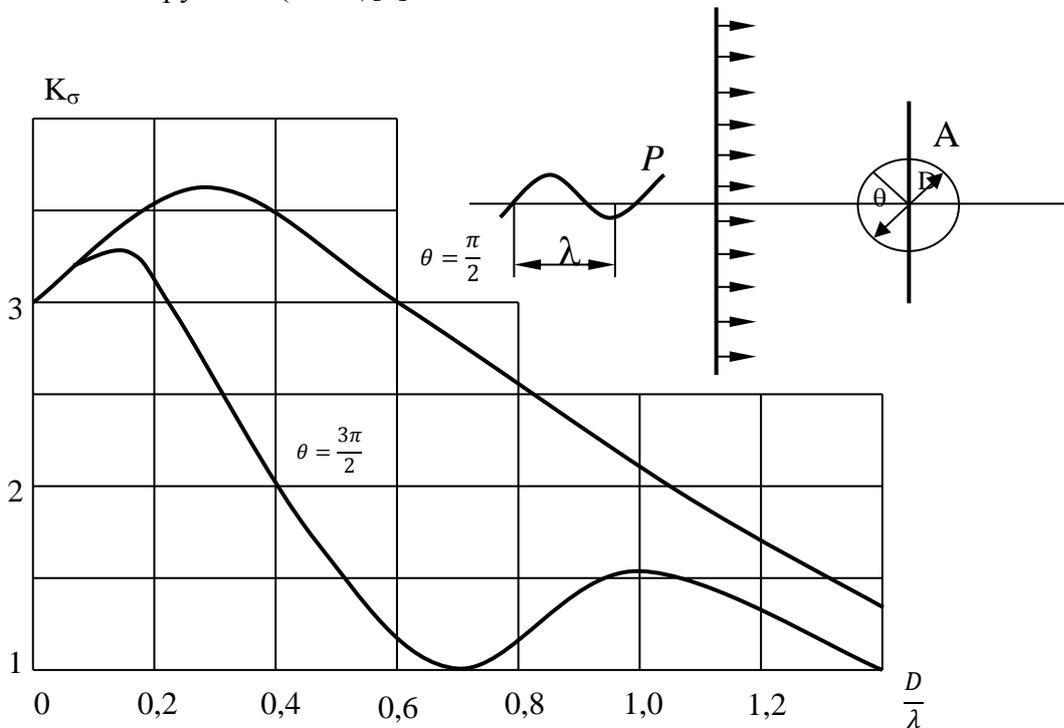


Рис.1 Зависимость коэффициента концентрации напряжения от длины волны.

При $\frac{D}{\lambda} > 0,16$ динамические концентрации напряжений существенно ниже статических.

Числовые результаты, представленные на рис.1 и рис.2, показывают, что здесь в отличие от случая жесткого включения [1], величина K_{σ} очень сильно зависит от $\frac{D}{\lambda}$. Учет вязких

свойств материала окружающей среды при расчетах на действие сейсмических волн, снижает напряжения и перемещения на 10 – 15%. Расчеты показывают, что при фиксированных значениях амплитуды и длительности действия падающей волны с увеличением акустических параметров жидкости, прогибы и усилия также увеличиваются. В области длинных волн распределения напряжения трубы с жидкостью и без жидкости отличается до 15%, а в области коротких волн в некоторых значениях частоты они отличаются до 40%. Анализ полученных результатов позволяют сделать следующие выводы.

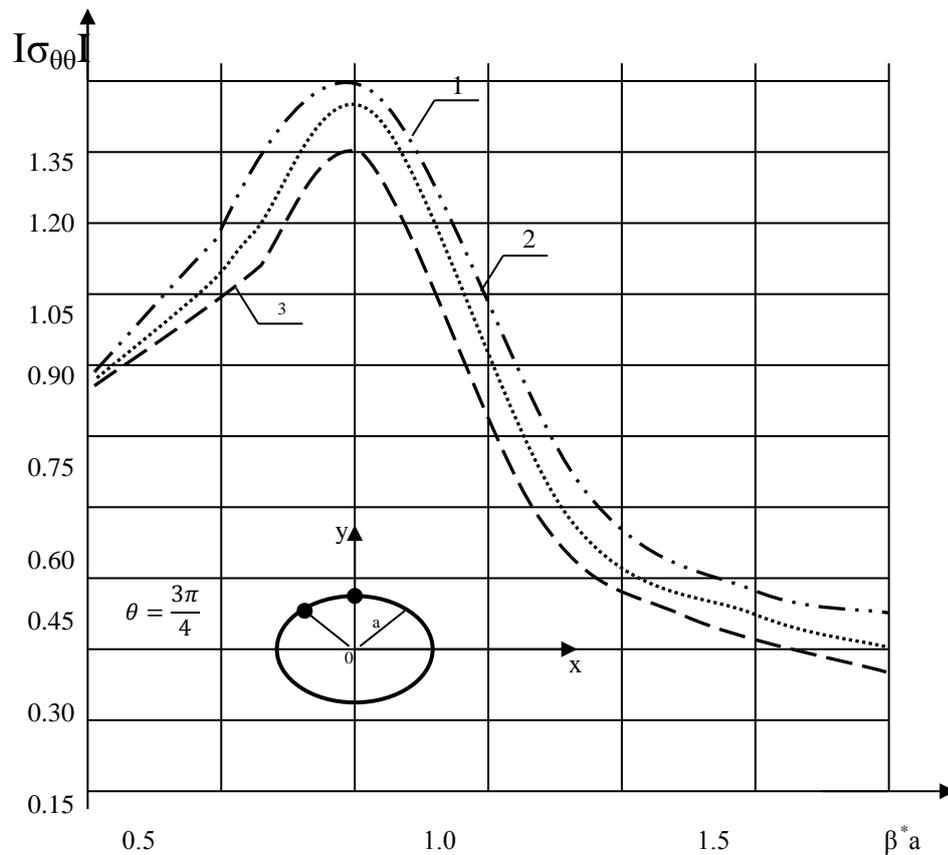


Рис.2 Изменение кольцевых напряжений в зависимости от волнового числа βa при воздействии поперечных волн в цилиндрическом теле. 1 – упругая среда ($A=0$). 2- $A=0,01$; $\beta=0,05$; $\nu=0,25$; $\alpha=0,1$ 3- $A=0,05$; $\beta=0,01$; $\nu=0,25$; $\alpha=0,1$

Методы волновой динамики позволили решить ряд плоских и пространственных задач о концентрациях напряжений в линейно упругой постановке. Полученные результаты показывают, что при воздействии сейсмических волн на сооружения возникает сложное поле, которое принципиально не может быть изучено другими методами.

В следующем примере рассмотрим поле динамических напряжений и смещений, возникающее вблизи горных выработок (цилиндрических полости) и включения произвольной плотности в упругой среде при прохождении плоской волны сдвига. Падающая плоская волна сдвига рассматривается в положительном направлении оси x и представляется следующим образом

$$\psi^{(p)} = \psi_0 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(\beta r) \cos n\theta e^{-i\omega t}, \varphi^{(p)} = 0,$$

где ψ_0 - величина амплитуды; ω - круговая частота; $\alpha \beta = \omega/C_\beta$ - волновое число сдвига;

$C_\beta^2 = \mu/\rho$; λ и μ - константы Ламе; ρ - плотность; $\varepsilon_n = \{1, n=0; 2, n \geq 1\}$; J_n - функция Бесселя; ψ_0 - амплитуда падающих волн; (r, θ) - полярная системы координат. Граничные условия при $r=a$, где a - радиус цилиндрической поверхности разрыва будет $\sigma_{rr} = \sigma_{r\theta} = 0$ (радиальное и касательное напряжение). Коэффициенты A_n и B_n - определяются из предыдущих условий для каждого значения n .

На границе $r=a$ безразмерные напряжения $\sigma_{\theta\theta}^*$ ($\sigma_{\theta\theta}/\sigma_\theta$, $\sigma_\theta = \mu\beta^2\psi_0$) выражаются следующими формулами

$$\sigma_{\theta\theta}^* = -\frac{8}{\pi} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \sum_{n=1}^{\infty} i^{n+1} \frac{n \left(n^2 - 1 - \frac{\beta^2 \alpha^2}{2} \right) H_n(\alpha a)}{\Delta_n} \cdot \sin n\theta,$$

где $k^2 = \beta^2 / \alpha^2 = \frac{c_\alpha^2}{c_\beta^2} = \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}$; ν - коэффициент Пуассона;

$$\Delta_n = \beta^2 \alpha^2 \left(n^2 + n - \frac{\beta^2 \alpha^2}{4} \right) H_n(\alpha a) H_n(\beta a) + \alpha \beta a^2 (n^2 - 1) H_{n-1}(\alpha a) \times \\ H_{n-1}(\beta a) + \left(n - n^3 - \frac{\beta^2 \alpha^2}{2} \right) [\beta a H_n(\alpha a) H_{n-1}(\beta a) + \alpha a H_{n-1}(\alpha a) H_n(\beta a)].$$

Все выражения для напряжений и смещений имеют вид

$$(R + i \text{Im}) e^{-i\omega t} = (R^2 + \text{Im}^2)^{1/2} e^{-i(\omega t - \gamma)}$$

Пусть дана в безграничной деформируемой среде цилиндрическая полость. В этом случае единственным, не обращающимся в нуль, напряжением на границе является $\sigma_{\theta\theta}$, поэтому оно одновременно и представляет, собой максимальное главное напряжение и смещение были получены для значений $\nu = 0.25$, $A=0.01$; $\beta = 0.05$; $\alpha = 0.1$. Результаты расчетов распределения $|\sigma_{\theta\theta}^*|$ при различных значениях волновых чисел приведена на рис.

2. Следует заметить, что при $\beta^* a = 0,1$ и распределения напряжений почти такое же, как в статическом случае, $\beta^* a = 1,5$ в то время как при более высоких волновых числах распределение напряжений значительно отличается от статического случая. Следует отметить, что максимальное напряжение достигается в $\theta = 45^0$ и 135^0 ; а также распределение напряжение при $\beta a = 0,099$ почти такой же как в статическом случае, в то время как при более высоких волновых числах распределение напряжений значительно отличается от статического. Отношения плотностей $\eta = \rho_0/\rho_1$ оказывает большое влияние на напряжения, смещения и поворот жесткого включения. По мере возрастания плотности включения максимальные величины напряжения, смещения и поворот возрастают. $\beta a = 0,099$ почти такой же, как в статическом случае, в то время как при более высоких волновых числах распределение напряжений значительно отличается от статического. Отношения плотностей $\eta = \rho_0/\rho_1$ оказывает большое влияние на напряжения, смещения и поворот жесткого включения. По мере возрастания плотности включения максимальные величины напряжения, смещения и поворот возрастают. Таким образом, разработанная



методика и алгоритм для решения поставленных задач, позволяют найти напряженно-деформированное состояние цилиндрических тел при воздействии гармонических волн.

Список использованные литературы:

1. Крузе-паскаль Д., Гернет Т., Пифко Д. Влияние вязкоупругости окружающей среды на неустановившуюся реакцию круглых цилиндров произвольной толщины при действии плоских волн. // Прикладная механика; перевод с английского, т.34, сер. Е, № 2, 1967. с.120-128.
2. Мау Менте. Динамические напряжения и смещение вблизи цилиндрической поверхности разрыва от плоской гармонической волны сдвига. // Прикладная механика, перевод с английского, т.30, сер Е, № 3, 1963. с.117-126.
3. Майборода В.П. Трояновский И.Е. и др. О затухании волн в двухслойной среде. // Динамические системы. Вып.4. - Киев: Высшая школа. 1985. с.57-62.
4. Маткаримов А.Х., Омеляненко В.А., Маткаримов А. Точные решения уравнений движения подземных сооружений с учетом вязкоупругих свойств сооружений и контакта их с грунтом.- В кн. : Совершенствование методов расчета и конструирования зданий и сооружений , возводимых в сейсмических районах . Ташкент, 1976, с.48-55.
5. Сафаров И.И., Аблокулов Ш.З., Бутунов Ж.Р. Теоретико-экспериментальные исследование колебания подземного оболочечного сооружения при сейсмозрывных воздействиях // Universum: Технические науки: электрон. научн. журн. 2020. № 2(71). URL: <http://7universum.com/ru/tech/archive/item/8890>