DOI: 10.24412/2181-144X-2025-1-37-41

Dustkarayev A.N., Jo‘rayev T.O., Ishmamatov M.R.

ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КУПОЛА СФЕРИЧЕСКОГО ТИПА С ЗАЖАТЫМИ СТОРОНАМИ.

Dustkarayev A.N [1][0009-0004-4066-1177]*., Jo‘rayev T.O.* [2][0009-0000-0268-4002]
Dustkarayev A.N.[3]*, Ishmamatov M.R.* [4][0009-0006-0109-7758]

[1]Соискатель кафедры «Общепрофессиональные науки» Бухарского института по управлению природными ресурсами МГУ «ТИИИМСХ»
[2]Доцент кафедры «Общепрофессиональные науки» Бухарского института по управлению природными ресурсами МГУ «ТИИИМСХ», E-mail: jurayev1964@mail.ru
[3]Доцент кафедры «Общепрофессиональные науки» Бухарского института по управлению природными ресурсами МГУ «ТИИИМСХ»
[4]Доцент кафедры «Высшая математика и информационные технологии» Навоийского государственного горного и технологического университета, E-mail: matlab1962@mail.ru

Аннотация. Для выполнения динамического расчета сферического купола с зажатыми краями необходимо учитывать геометрию конструкции, свойства материала, граничные условия и динамические нагрузки. Если купол подвергается динамическому воздействию (ветер, сейсмика, удар), то применяют: разложение по формам колебаний (модальный анализ) или интегрирование по времени (явные/неявные схемы). В работе предложены решения вертикального и крутильного колебаний вязкоупругого полупространства при применении идеи комплексных модулей упругости. Уравнение движения механической системы получено на основе принципа Даламбера.

Ключевые слова: сферическая оболочка, сферический защитный купол, колебание, кубическое уравнение, коэффициент Пуассона, толщина оболочки.

Annotatsiya. Sferik gumbazni qirralari qisilgan holda dinamik hisoblashni amalga oshirish uchun strukturaning geometriyasi, material xususiyatlari, chegara shartlari va dinamik yuklarni hisobga olish kerak. Agar gumbaz dinamik ta'sirga duchor bo'lsa (shamol, seysmik, zarba), unda quyidagilar qo'llaniladi: tebranish shakllari bo'yicha parchalanish (modal tahlil) yoki vaqt bo'yicha integratsiya (aniq/yashirin sxemalar). Ushbu ishda kompleks elastiklik modullarini qo‘llash g‘oyasidan foydalanib, yopishqoq-elastik yarim fazoning vertikal va burilma tebranishlarini yechish usullari taklif etilgan. Mexanik tizimning harakat tenglamasi Dalamber prinsipi asosida olingan.

Kalit so‘zlar: sferik qobiq, sferik himoya gumbazi, tebranish, kubik tenglama, Poisson koeffitsienti, qobiq qalinligi.

Abstract. To perform a dynamic calculation of a spherical dome with clamped edges, it is necessary to take into account the geometry of the structure, material properties, boundary conditions and dynamic loads. If the dome is exposed to dynamic effects (wind, seismic, impact), then the following methods are used: decomposition into waveforms (modal analysis) or integration over time (explicit/implicit schemes). The work proposes solutions for vertical and torsional vibrations of a viscoelastic half-space using the idea of complex elasticity modules. The equation of motion of a mechanical system was obtained based on the Dalamber principle.

Keywords: spherical shell, Spherical protective dome, oscillation, cubic equation, Poisson's ratio, shell thickness.

Введение

Сферический защитный купол представляется как сферическая болочка, подчиняющаяся гипотезе Кихргофа – Лява [1].

Поэтому систему дифференциальных уравнений в частных производных принимаем в виде

$$\nabla U + 2V + C_1^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[V + (2+\gamma)w\right] = 0;$$

$$\nabla^2 w + 2w + c^2 w - c_2 wU + c_3 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[2\left(1-\gamma^2\right)V + c^2 w\right] = 0;$$

$$U = \frac{\partial u}{\partial \theta} + u\, cty\theta - (1+\gamma)w = 0,$$

где $$C^2 = 12\left(1-\gamma^2\right)\frac{R^2}{h^2}\left(1+\frac{h^2}{6R^2}\right);\ C_1^2 = \frac{\left(1-v^2\right)R^2}{E}; \quad C_2 = \frac{c^2}{1-\gamma}; \quad C_3 = \frac{R^2\rho}{E};$$

$$\nabla\varphi = \frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} + cty\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}.$$

здес u, v – перемещения точек купола по касательной к меридиану и вдоль радиуса; $\overline{E}$ - модуль упругости; v – коэффициент Пуассона; ρ – удельная масса; R – радиус оболочки; H – толщина оболочки; θ – угол между вертикалью и радиусом вектором, направленным из центра сферы в данную точку, разделив переменных и разложив искомые величины имеем следующее разрешающее уравнение

$$\nabla^2 w_\kappa + \left(u + n_k\right)\nabla^2 w_k + c_k \nabla w_k + c_{vk}\, w_k = 0; \qquad (2)$$

где $$C_k = C^2\left(1-\frac{n_k^2}{1-v^2}\right),\ C_{vk} = C^2\left(2+\frac{1+3v}{1-v^2}\ n_k^2 - \frac{n_k^2}{1-v^2}\right),$$

где w_k является амплитудным заменяяем перемешения вдоль радиуса при колебании по какой форме, а функция U_n связана с перемещением вдоль радиуса соотношением.

$$U_k = \frac{1-v}{C^2 + 2(1-v)n_k^2}\left[\nabla^2 w_k + 2\nabla w_k + C^2\left(1-\frac{m_k^2}{1-v^2}\right)w_k\right] \qquad (3)$$

В связи с этим, перемещения U_k определяется решением дифференциального уравнения

$$\frac{d\,u_k}{d\theta} + u_k\ Cfy\theta = U_k + (1-v)\,w_k \qquad (4)$$

Для купола лишенного отверстия у полосы решения уравнения (4) можно представить в обобщенных сферических функциях цилиндра

$$w_n = \sum_{i=1}^{k} Ai\, p_{ki}\left(Cos\theta\right)$$

Величины A_i являются постоянными интегрирования, а K_i должен удовлетворять следующему характеристическому кубическому уравнению относительно w_i.

$$w_i^2 - \left(n_n^2 + 4\right)w_i^2 + \left(1-\frac{n_n^2}{1-v^2}\right)C^2\, w_i - \left[2+\frac{(1+3v)n_k^2 - n_k^u}{1-v^2}\right]C^2 = 0 \qquad (5)$$

Коэффициент частоты, входящий в полученное уравнение, пока является неизвестной величиной. Решение кубического уравнения (5)

имеет вид

$$w_1 = 2\sqrt{-\frac{w}{3}\cos\frac{\varphi}{3}} + \frac{n_k^2+4}{3},\quad w_2 = 2\sqrt{-\frac{w}{3}\cos\left(\frac{\varphi}{3}+\frac{2\pi}{3}\right.} + \frac{n_k^2+4}{3} \qquad (6)$$

$$w_3 = \sqrt{-\frac{w}{3}}\cos\left(\frac{\varphi}{3}+\frac{4\pi}{3}\right)+\frac{n_k^2+4}{3}$$

где $\varphi + \arccos\left(-\frac{q}{2r}\right);\qquad r=\sqrt{-\frac{w^3}{2t}}\quad \omega = -\frac{\left(n_k^2+4\right)^2}{3}+\left(1-\frac{n_k^2}{1-\nu^2}\right)C^2$

$$q = -\frac{2\left(n_k^2+4\right)^2}{27}\;\frac{n_k^2+4}{3}\left(1-\frac{n_k^2}{1-\nu^2}\right)C^2 - \left[2+\frac{(1-3\nu)\,n_k^2-n_k^4}{1-\nu^2}\right]C^2$$

Проверкой правильности нахождения значения ω_i могут служить

$$\omega_1\ \omega_2\ \omega_3 = \left[2+\frac{(1+3\nu)\,n_k^2-n_k^4}{1-\nu^2}\right]C^2,\quad \omega_1+\omega_2+\omega_3 = n_k^2+4$$

В соответствии с формулой (3) функцию U_k представим в виде

$$U_k = \sum_{i=1}^{m}\lambda_i\ /+ip_{ni}\ (\cos\theta)$$

где
$$\lambda_i = \frac{w_i^2-2w_i+C^2\left(1-\frac{n_k^2}{1-\nu^2}\right)}{\frac{C^2}{1-\nu}+2n_k^2}$$

при этом перемещение U_n найдем как решение обыкновенного неоднородного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами (U)

$$U_k = \sum_{i=1}^{m}\eta_i\,.A_i\,P_{ni}\ (\cos\theta)$$

где
$$\eta_i = \frac{\left(1-\nu^2\right)(w_i-2)\ w_i + C^2\left[2(1+\nu)-n_k^2\right]}{(1-\nu)\left[C^2+2\,(1-\nu)\,n_k^2\right]P_i}.$$

При этом необходимо отметить, что в процессе исследования решения, обусловленное повешенном порядка дифференциального уравнения при составлении разрешающих уравнений символом $P_k^1\ (\cos\theta)$ обозначения первая производная сферической функции $P_{ki}\ (\cos\theta)$ по координате θ.

Если рассмотреть купол с защемленным краем, то в этом случае в заделке при колебании куполе по любом n-й форме отсутствуют перемещения точек кроя и повороты опорных сечений. Условия попирания края математически можно выразить в следующем виде при $\theta\chi = \alpha\quad u_n = 0; w_n = 0; v_n = 0.$ После постановка соответствующих выражений, полученных ваше, мы можем записать.

$$\sum_{i=1}^{3} Ai \ \ Pi\left(cjs\alpha\right)=0$$

$$-\sum_{i=1}^{3} Ai\ \eta i\ P_{ki}\ \left(\cos\alpha\right)=0$$

$$-\sum_{i=1}^{3} Ai\left(1-\eta i\right) P_{Ki}^{\backslash}\left(\cos\alpha\right)=0$$

Полученная система трёх однородных уравнений относительно Ai имеем ненулевое решение при равенстве нулю детерминанта, составленного из коэффициентов при неизвестных, что после элементарных преобразовании принимает следующий вид

$$\Delta\left(n_k\right)=\begin{vmatrix} P_{k1}\left(\cos\theta\right) P_{k2}\left(\cos\alpha\right) P_{k3}\left(\cos\theta\right) \\ \eta_n\ P_{k1}^{I}\left(\cos\theta\right)\eta_2\ P_{k2}^{I}\left(\cos\alpha\right)\eta_3\ P_{k3}^{I}\left(\cos\theta\right) \\ P_{k1}^{I}\left(\cos\alpha\right) P_{k2}^{I}\left(\cos\theta\right) P_{k3}^{I}\left(\cos\theta\right)\end{vmatrix}=0 \tag{7}$$

где

$$P_{ki}\left(\cos\theta\right)=1-\omega_i\sin^2\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{2}\omega_i\left(\frac{\omega_i}{1.2}-1\right)\sin^4\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{3}\omega_i\left(\frac{\omega_i}{1.2}-1\right)\left(\frac{\omega_i}{2.3}-1\right)\sin^6\frac{\alpha}{2}+$$
$$+\frac{1}{4}\omega_i\left(\frac{\omega_i}{1.2}-1\right)\left(\frac{\omega_i}{2.3}-1\right)\left(\frac{\omega_i}{3.4}-1\right)\sin^2\frac{\alpha}{2}\ .....$$

$$P_{ki}^{I}\left(\cos\theta\right)=-\frac{\omega_i\ \cos\theta}{2}\left[\begin{array}{l}1-\left(\frac{\omega_i}{1.2}-1\right)\sin^2\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{\omega_i}{1.2}-1\right)\left(\frac{\omega_i}{2.3}-1\right)\sin^4\frac{\alpha}{2}-\left(\frac{\omega_i}{1.2}-1\right) \\ \left(\frac{\omega_i}{1.2}-1\right)\left(\frac{\omega_i}{2.3}-1\right)\left(\frac{\omega_i}{3.4}-1\right)\sin^6\frac{\alpha}{2}+....\end{array}\right]$$

Заключения

Необходимо отмитить, что мы совершенно не затронули вопрос о кратных корнях, когда решения уравнений (2) приходится представить в виде

$$w_k=A_1\ P_{k1}\left(\cos\theta\right)+A_2\ P_{k2}\left(\cos\theta\right)A_3\ P_{k3}\left(\cos\theta\right)\int_0^{\theta}\frac{d\theta}{P_{k2}^2\left(\cos\theta\right)\sin v}$$

На основе ваше приведено алгоритма получено численного решения.

Список использованных литератур:

[1]. Kabulov V.K. Algorithmization in the theory of elasticity. -T: FAN.1968.-394c.

[2]. Safarov I.I. Oscillations and waves in dissipative inhomogeneous media and Designs - Tashkent. Fan. 1992 - 250 s.

[3]. Safarov I.I., Edgorov U.T., Zhuraev T.O., Dzhumaev Z.F. About steady-state oscillations of three-layer cylindrical bodies // Mechanics muammolari. 2000.№.1, p. 31-34.

[4]. Kulmuratov N.R., Ishmamatov M.R., Dynamic behavior of the stress strain state of a dissipative mechanical system. 2023., Pages: 5-10

[5]. Rashidov T.R. The dynamic theory of earthquake resistance of complex

[6]. Sultanov K.S. Interaction of an extended underground structure with soil under dynamic loading // Sat. scientific labor. Dynamics of heterogeneous media and the interaction of waves with structural elements.-Novosibirsk.-1987.-S.150- 157

[7]. Muborakov Ya.N. Earthquake resistance of underground structures such as cylindrical shells. - Tashkent: Fan, 1991, - 218.

[8]. Shirinkulov T.Sh., Zaretsky Yu.K. Creep and soil consolidation. - Tashkent: FAN, UzSSR, 1986. - 391 p.

[9]. Abdurashidov K.S. , Eisenberg. M., Zhunusov T.Zh. and other seismic resistance of structures. - M.: Science, 1989. - 193 p.

[10]. Mirsaidov M.M., Troyanovsky I.E. Dynamics of heterogeneous systems. – Tashkent: Fan. - 1990. - 106 p.

[11]. Safarov I.I. Oscillations and waves in dissipative heterogeneous media and structures - Toshkent. Fan. 1992 - 250 s.

[12]. Рашидов Т.Р. Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений.-Ташкент. Фан .1973.-182с.

[13]. Бозоров М.Б., Сафаров И.И., Шокин Ю.И. Численное моделирование колебаний диссипативно однородных и неоднородных механических систем. СО РАН, Новосибирск, 1966.- 188с.

[14]. Новожимов В. В. Теория тонких оболочек суд пром изд 1951 г.

[15]. Рашидов Т.Р., Хожиметов Г.Х., Мардонов Б.М. Колебания сооружений, взаимодействующих с грунтом. –Ташкент. Фан. 1975.-174с.