



YOYSIMON SILINDRIK TISHLAR O'QLARINING O'ZARO JOYLASHISH XATOLIKLARI BIRIKISHINING MATEMATIK MODELII

Nodirbek Jo'rayev ¹[0009-0004-5149-5901], Kamolxon Karimov ²[0009-0001-4183-4955],
Azizjon Ataulloyev ³[0009-0001-2761-8850], Sherali Yaxshiyev ⁴[0000-0003-3259-9735],
Ilhom Egamberdiyev ⁵[0000-0002-7549-2156]

¹Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti Mashinasozlik texnologiyasi kafedrasii
PhD, dotsenti, E-mail: Nodirjura@mail.ru

²Toshkent davlat texnika universiteti Nazariy mexanika kafedrasii, professori,
E-mail: kamolxon.karimov@gmail.com

³Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti Mashinasozlik texnologiyasi kafedrasii
PhD, dotsenti PhD, dotsent, E-mail: aziz-217@mail.ru

⁴Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti Mashinasozlik texnologiyasi kafedrasii
DSc Professori, E-mail: sheraliyaxshiyev1978@mail.ru

⁵Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti Sanoat va ishlab chiqarishni
mahalliyashtirish DSc, professor E-mail: ilhom1977@mail.ru

Annотatsiya. Maqolada asimmetrik profilga ega bo'lgan arkali silindrik tishli g'ildiraklarning o'zaro joylashuvining uch xil xatoligi: og'ish burchagi, parallelsizlik burchagi va o'q bo'ylab siljish bir vaqtning o'zida ta'sir qilgan holda ilashishining analitik geometrik-kinematik modeli keltirilgan. Birinchi marta fazoda to'rtinchi tartibli o'tishning to'liq matritsasi barcha mumkin bo'lgan oltita pozitsiyalash xatoliklarini hisobga olgan holda olingan. Holat xatoligi funksiyasi keltirib chiqarildi va tahlil qilindi, uning arrasimon xarakteri aniqlandi. Tish yuzasidagi ishchi chiziqlarning siljishini miqdoriy baholash amalga oshirildi. Ishlab chiqilgan model adaptiv profillarni sintez qilish va o'rnatish uchun joizliklarni hisoblash uchun yaroqlidir.

Tayanch so'zlar: yoysimon tishlar, joylashish xatoliklari, o'tish matritsasi, holat xatoligi funksiyasi, arrasimon xarakter, ishchi chiziqlar, tutashmaslik, zarb yuklamalari.

Аннотация. В статье представлена аналитическая геометрико-кинематическая модель зацепления арочных цилиндрических зубчатых колес с асимметричным профилем при одновременном действии трех различных погрешностей взаимного расположения: угла наклона, угла непараллельности и осевого перемещени. Впервые получена полная матрица перехода четвертого порядка в пространстве с учетом всех шести возможных погрешностей позиционирования. Выведена и проанализирована функция ошибки состояния, определен ее пилообразный характер. Проведена количественная оценка смещения рабочих линий на поверхности зуба. Разработанная модель пригодна для расчета допусков для синтеза и установки адаптивных профилей.

Ключевые слова: арочных цилиндрических зуб, погрешности расположения, переходная матрица, функция погрешности положения, пилообразный характер, рабочие линии, несовпадение, ударные нагрузки.

Abstract. The article presents an analytical geometric-kinematic model of the engagement of arched cylindrical gears with an asymmetrical profile under the simultaneous action of three types of positioning errors: angle of inclination, angle of non-parallelism, and axial displacement. For the first time, a complete matrix of a fourth-order transition in space was obtained taking into account all six possible positioning errors. The state error function was derived and analyzed, and its saw-like nature was determined. A quantitative assessment of the displacement of the working lines on the tooth surface was performed. The developed model is suitable for calculating allowances for the synthesis and installation of adaptive profiles.

Keywords: arc teeth, position errors, transition matrix, position error function, saw character, working lines, discontinuity, impact loads.

Kirish

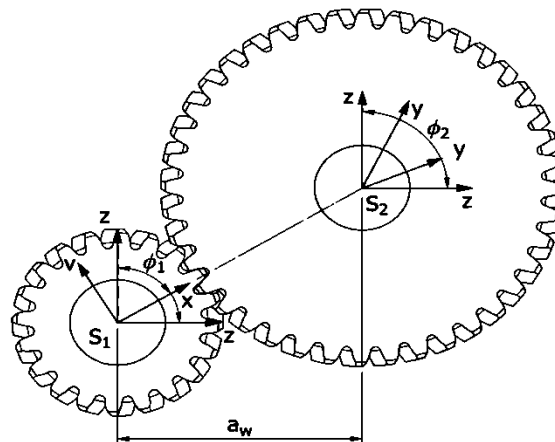
Yoysimon silindrsimon tishli uzatmalar (curvilinear cylindrical gears) to'g'ri tishli, qiyshiq tishli va shevron tishli uzatmalar o'rtasidagi oraliq holatni egallaydi. Ularning asosiy afzalliklari - kontaktning nuqtaviy xususiyati, simmetrik bajarilganda o'q kuchlarining yo'qligi va vallarning qiyshayishiga yuqori moslashuvchanligidir [1–3]. Biroq, eksperimental tadqiqotlar [4, 5] ko'rsatganidek, real yig'ish xatoliklari (qiyshqlik burchagi γ , parallelsizlik burchagi η , o'q bo'ylab siljish ΔS) mavjud bo'lganda, ilashish tutashmagan bo'ladi: holat xatoligi funksiyasi arrasimon shaklga kiradi, bu esa tishlarning kontaktga kirishida zarbalarni keltirib chiqaradi va resursni sezilarli darajada kamaytiradi. Arkali g'ildiraklar geometriyasi bo'yicha ko'plab ishlar amalga oshirilgan bo'lsa-da [6], shu paytgacha xatolikning barcha uch turini bir vaqtning o'zida hisobga oladigan va quyidagilarga imkon beradigan umumlashtirilgan matematik model mavjud emas edi:

- uzatish nisbatini hisoblash;
- kinematik xatolikni baholash;
- kontakt dog'ining venets kengligi bo'ylab siljishini bashorat qilish.

Ushbu ishning maqsadi fazoviy ilashish nazariyasi asosida bunday modelni qurish va uni sonli tekshirishdan iborat.

Uslubiyat

Yoysimon uzatma uchun nominal (ideal) ilashmani ko'rib chiqamiz. Quyidagi o'ng Dekart koordinatalar sistemalarini kiritamiz (1-rasm).



1-rasm. Nominal ilashish uchun koordinatalar tizimi.

$S_1(x_1, y_1, z_1)$ - shesternya bilan bog'langan, z_1 o'qi shesternyaning aylanish o'qi bilan ustma-ust tushadi;

$S_2(x_2, y_2, z_2)$ - g'ildirak bilan bog'langan, z_2 o'qi z_1 ga parallel (nominal);

$S_f(x_f, y_f, z_f)$ - qo'zg'almas koordinatalar sistemasi (stanina).

S_1 dan S_f ga o'tish φ_1 burchakka burilish bilan, S_f dan S_2 ga o'tish esa φ_2 burchakka burilish va o'qlararo masofa a_w ga siljish bilan tavsiflanadi:

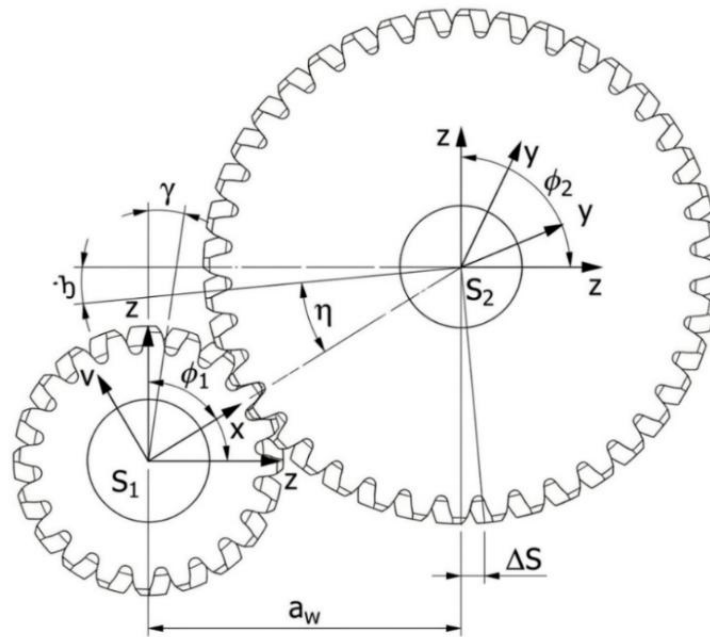
$$r_f^{(1)} = R_z(\varphi_1) \cdot r_1^{(1)}, r_2^{(2)} = R_z(\varphi_2) \cdot r_f^{(2)} + [a_w, 0, 0]^T \quad (1)$$

Yoysimon uzatmalar shesternyasi va g'ildiragining joylashish xatoliklarini ko'rib chiqamiz. Real uzatmada g'ildirak o'qi shesternya o'qiga nisbatan ixtiyoriy vaziyatni egallashi mumkin. Ketma-ket kichik g'alayonlarni kiritamiz (2-rasm):

Qiyshqlik burchagi γ - g'ildirak o'qining vertikal tekislikda (x o'qi atrofida) burilishi.

Parallelmaslik burchagi η – gorizontaal tekislikda (y o'qi atrofida) burilish.

O'q bo'ylab siljish ΔS - z o'qi bo'ylab siljish.



2-rasm. Xatoliklarni kiritish: γ – qiyshayish, η – parallel emaslik, ΔS – o'q bo'ylab siljish.

Amallar tartibi: avval ΔS siljish, so'ngra η ga, so'ngra γ ga burish bajariladi. Bunday ketma-ketlik kichik burchaklarda nokommutativlikni minimallashtiradi. S_2 (g'ildirak) dan S_1 (shesternya) ga o'tish uchun 4×4 bir jinsli almashtirish matritsasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\tilde{D}_{12}(\varphi_1, \varphi_2) = R_z(-\varphi_1) \cdot T(\Delta S) \cdot R_y(\eta) \cdot R_x(\gamma) \cdot R_z(\varphi_2) \cdot T(-a_w, 0, 0) \quad (2)$$

Ko'paytmani ochib, matritsa elementlarini hosil qilamiz:

$$d_{11} = c_{11} \cos \psi_2 + c_{12} \sin \psi_2, \quad (3)$$

$$d_{12} = -c_{11} \sin \psi_2 + c_{12} \cos \psi_2, \quad (4)$$

$$d_{13} = -\sin \psi_1 \sin \gamma + \cos \psi_1 \sin \gamma \cos \gamma \quad (5)$$

bu yerda $c_{11} = \cos \varphi_1 \cos \gamma$, $c_{12} = -\sin \varphi_1 \cos \gamma - \cos \varphi_1 \sin \gamma \sin \eta$, $\psi_1 = \varphi_1$, $\psi_2 = \varphi_2$ To'liq matritsa [4]-ishda va 1-jadvalda keltirilgan.

1-jadval

Belgi	Tavsif	Birlik
γ	Og'ish burchagi (vertikal)	rad (°)
η	Parallel emaslik burchagi (gorizontal)	rad (°)
ΔS	O'q siljishi	mm
a_w	O'qlararo masofa	mm
b	Venetsning kengligi	mm
φ_1, φ_2	Shesternya va g'ildirakning burilish burchaklari	rad
$\Delta \varphi_2$	Joylashuv xatoligi funksiyasi	rad
z_1, z_2	Tishlar soni	—

Shesternya tishining yuzasi S_1 dagi radius-vektor bilan belgilanadi:

$$r_1^{(1)}(u_1, \theta_1, \varphi_1) \quad (6)$$

bu yerda u_1 - profil bo'ylab parametr, θ_1 - arka yasovchisi bo'ylab parametr, φ_1 - burilish burchagi. G'ildirak uchun ham xuddi shunday:

$$r_2^{(2)}(u_2, \theta_2, \varphi_2) \tag{7}$$

S_f qo'zg'almas koordinatalar tizimida kontakt shartlari:

$$\begin{cases} r_f^{(1)}(u_1, \theta_1, \varphi_1) = \tilde{D}_{12}(\varphi_1, \varphi_2) \cdot r_2^{(2)}(u_2, \theta_2, \varphi_2), \\ n_f^{(1)}(u_1, \theta_1, \varphi_1) = \tilde{D}_{12}(\varphi_1, \varphi_2) \cdot n_2^{(2)}(u_2, \theta_2, \varphi_2), \\ f_1(u_1, \theta_1, \varphi_1) = 0, f_2(u_2, \theta_2, \varphi_2) = 0. \end{cases} \tag{8}$$

Birinchi tenglama koordinatalar tengligidir (3 ta skalyar). Ikkinchisi - normallarning kollinearligi (2 ta mustaqil skalyar). Uchinchisi – stanokli ilashish tenglamalari (har bir g'ildirakka bittadan). 8 ta $u_1, \theta_1, u_2, \theta_2, \varphi_2$ noma'lumlarda 7 ta erkli tenglama hosil bo'ldi (fiksatsiyalangan φ_1 da). Sistema parametr bo'yicha davom ettirish usuli bilan sonli yechiladi [6].

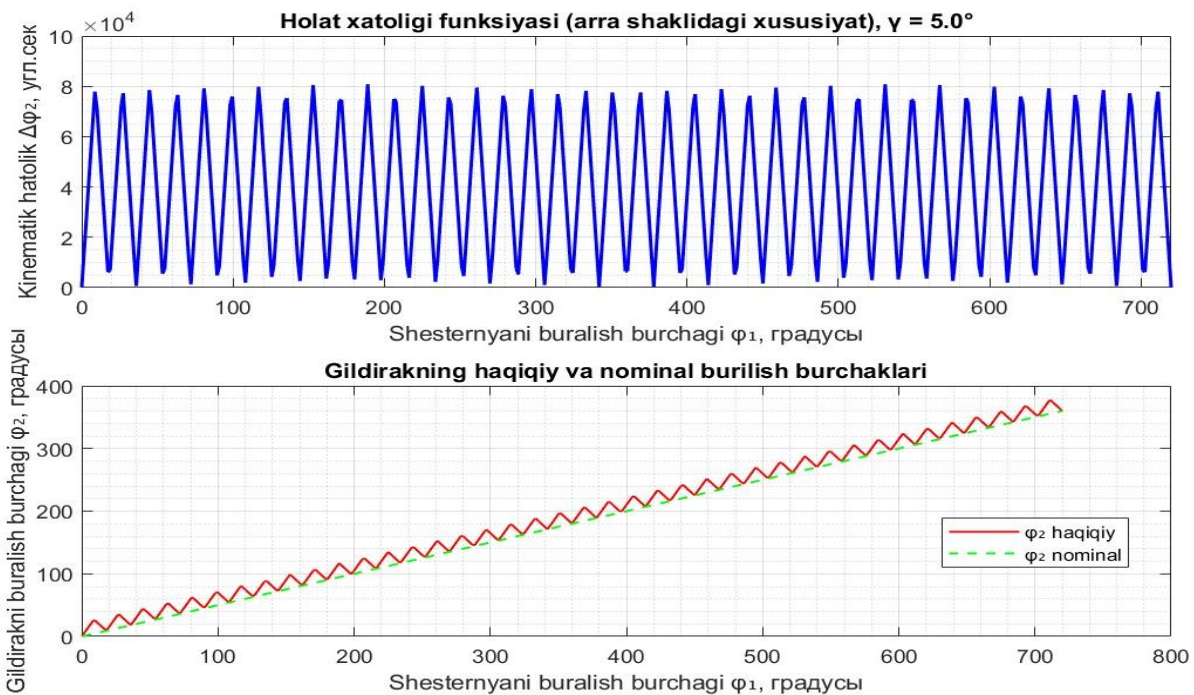
G'ildirakning haqiqiy burilish burchagi $\varphi_2^{act}(\varphi_1)$ sistemaning yechimidan topiladi. Kinematik xatolik (holat xatoligi funksiyasi):

$$\Delta\varphi_2(\varphi_1) = \varphi_2^{act}(\varphi_1) - \frac{z_1}{z_2} \varphi_1 \tag{9}$$

Ideal ilashishda $\Delta\varphi_2 = 0$. Xatoliklar mavjud bo'lganda tebranishlar paydo bo'ladi.

Sonli misol. Uzatma parametrlari: $= 4\text{mm}, z_1 = 20, z_2 = 40, b = 30\text{mm}, \alpha_{work} = 16, \alpha_{non-work} = 24$. Xatoliklar: $\gamma = 5' = 0,001454\text{rad}, \eta = 0, \Delta S = 0$.

Natija (3-rasm): $\Delta\varphi_2 3,2 \cdot 10^{-4}\text{rad}$ amplitudali arrasimon shaklga ega.



3-rasm. $\Delta\varphi_2(\varphi_1)$ funksiyasining $\gamma = 5'$ dagi grafigi arrasimon xarakterga ega.

Davr $2\pi/z_1$ burchak qadamiga mos keladi. Maksimal hosila $d(\Delta\varphi_2)/d\varphi_1 \approx 0,02$, ya'ni g'ildirak burchak tezligining sakrashi nominalning 2% ini tashkil etadi.

Amplituda approksimatsiyasi [7]:

$$\Delta\varphi_{2,max} \approx k \cdot \gamma \cdot b, \tag{10}$$

$k \approx 0,15 \text{ rad}/(\text{mm} \cdot \text{rad}) = 0,15 \text{ mm}^{-1}$ $\gamma = 5'$, $b=120\text{mm}$ (reduktor) uchun amplituda 0,026 rad ga yetadi, bu esa yo'l qo'yib bo'lmaydigan holatdir.

Ishchi chiziq – aylanish paytida tish yuzasidagi kontakt nuqtalarining geometrik o'rni. Nominal holatda u o'rta tores kesimda yotadi. Xatoliklar bo'lganda siljish sodir bo'ladi.

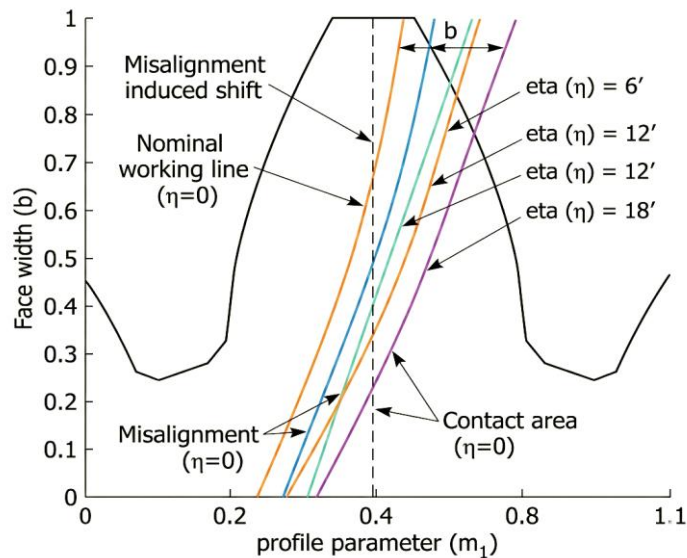
Noparallellik burchagi η ning ta'sirini hisobga olish kerak. $\eta = 6'$ bo'lganda va boshqa xatoliklar bo'lmaganda, ishchi chiziq toretslardan biriga toj kengligining 15-20% ga siljiriladi. Δz siljishi η ga chiziqli bog'liq:

$$\Delta z = c_{\eta} \cdot \eta \cdot b, c_{\eta} \approx 0,3;$$

Qiyshilik burchagi ta'sirini hisobga olamiz. Shunga o'xshash, $\gamma = 6'$ da ham siljish b ning ~18% ini tashkil etadi. γ va η ning birgalikdagi ta'siri ta'sirni kuchaytiradi [8].

G'ildirakning o'q bo'ylab siljishi ish chizig'ining oddiy siljishiga olib keladi:

$$\Delta z = c_{\eta} \cdot \eta \cdot b, \quad c_{\eta} \approx 0,3$$



4-rasm. Ishchi chiziqning η ($6'$, $12'$, $18'$) ga bog'liq ravishda siljishi.

bu yerda β - tishning yon tomonidagi og'ish burchagi (arkali g'ildiraklar uchun β o'zgaruvchan; o'rta kesimda $\beta = 0$, chetlarida $\beta_{max} \approx 5$).

Muhokama va amaliy tavsiyalar

O'tkazilgan tadqiqot doirasida ishlab chiqilgan matematik modelning qo'llanilish chegaralari alohida muhokama qilinishi lozim, chunki olingan natijalarning to'g'riligi bevosita dastlabki farazlarga rioya qilinishiga bog'liqdir. Vallarning o'zaro joylashuvi xatoliklarini hisobga olgan holda arkali tishlarning taklif etilgan ilashish modeli adekvat bo'lib, qiyshayish burchaklari γ va noparallellik η qiymatlari kichik bo'lib, 1° dan oshmasligi, o'q bo'ylab siljish ΔS esa 1 mm dan kam qiymat bilan cheklanishi sharti bilan ishonchli natijalar beradi. Ko'rsatilgan chegaralardan chiqqanda, tizimda masalaning chiziqli qo'yilishi doirasida hisobga olinmaydigan kontakt kuchlanishlarining qayta taqsimlanishi va mahalliy o'ta yuklanishlar bilan bog'liq nochiziqli effektlar namoyon bo'la boshlaydi. Bundan tashqari, model kontakt zonasida plastik deformatsiyalar bo'lmasligini nazarda tutadi, ya'ni materialning ishlashi faqat elastik sohada ko'rib chiqiladi. Bu, ayniqsa, yuqori yuklamali uzatmalar uchun muhim bo'lib, u yerda oquvchanlik chegarasi oshib ketganda, ilashish geometriyasini o'zgartiradigan va kinematik aniqlikni buzadigan qoldiq deformatsiyalar paydo bo'lishi mumkin. Kontakt xususiyati haqidagi taxmin ham muhim cheklov hisoblanadi: hisob-kitoblarda quruq yoki chegaraviy ishqalanish hisobga olinadi, bunda moylashning gidrodinamik ta'siri hisobga olinmaydi. Haqiqiy foydalanish sharoitlarida moylash qatlamining mavjudligi kontaktdagi bosim taqsimotini sezilarli darajada o'zgartirishi va zarba yuklamalarini so'ndirishi mumkin, bu esa elastik-gidrodinamik moylash (EHL) nazariyasiga asoslangan murakkabroq modellarni qo'llashni talab etadi [9].



Olingan bog'liqliklar tahlili uzatishning kinematik aniqligiga qo'yiladigan talablardan kelib chiqqan holda yo'l qo'yiladigan xatoliklar mezonlarini shakllantirish imkonini beradi. Asosiy cheklov sifatida maksimal kinematik xatolik $\Delta\varphi_{2,max} 10^{-4}$ dan oshmasligi sharti qabul qilingan bo'lib, bu tishli uzatmalarning aniqligini tartibga soluvchi ISO 1328 xalqaro standarti tavsiyalariga mos keladi. O'tkazilgan hisob-kitoblar shuni ko'rsatadiki, gardish kengligi $b = 30$ mm bo'lganda, ruxsat etilgan og'ish burchagi γ taxminan 2,2 burchak daqiqasidan oshmasligi kerak, kenglikni $b = 60$ mm gacha oshirishda esa bu qiymat ikki baravar kamayadi va taxminan 1,1 burchak daqiqasini tashkil etadi. Bunday bog'liqlik tishli gardishning kengligi ortishi bilan xatolikning ta'sir yelkasi ortishi bilan tushuntiriladi, bu esa kontakt chizig'ining sezilarli darajada siljishiga va natijada kinematik xatolik hamda mahalliy kuchlanishlarning oshishiga olib keladi. Olingan joizlik qiymatlari juda qattiq bo'lib, amalda real ishlab chiqarish va foydalanish sharoitlarida, ayniqsa yuqori yuklama ostida ishlaydigan va tayanch tugunlarining deformatsiyasiga uchraydigan yirik uzatmalar uchun amalga oshirilishi qiyin.

Shu sababli, uzatmaning montaj va ekspluatatsiya xatoliklariga sezgirligini kamaytirishga qaratilgan konstruktiv va texnologik yechimlarni ishlab chiqish zarurati yuzaga kelmoqda. Samarali yondashuvlardan biri tishlarning profil modifikatsiyasini qo'llash bo'lib, u bo'ylama bochkasimonlik va mahalliy tuzatishlarni o'z ichiga oladi, bu esa kontakt tish kengligi bo'ylab qayta taqsimlash va kuchlanishlar konsentratsiyasini kamaytirish imkonini beradi. Bundan tashqari, ish jarayonida tishli g'ildiraklarning o'z-o'zidan o'rnatilishini ta'minlaydigan moslashuvchan konstruktiv elementlardan foydalanish mumkin. Bunday yechimlarga, xususan, RU2721579 patentida amalga oshirilgan o'z-o'zidan o'rnatiladigan yarim halqalar kiradi, ular tayanch elementlarining harakatchanligi tufayli vallarning qiyshayishini qoplash imkonini beradi [10]. Bunday texnologiyalarni qo'llash yo'l qo'yiladigan xatoliklar chegarasini sezilarli darajada kengaytirish, uzatish resursini oshirish va dinamik yuklamalar darajasini pasaytirish imkonini beradi.

Xulosa

O'tkazilgan tadqiqot natijalariga asoslanib ushbu tishlarning ilashish jarayonini tadqiq etuvchi matematik model ishlab chiqildi va uning qo'llanilish chegarasi tadqiq etildi. Ushbu modelda vallarning o'zaro joylashuvi uchun alohida model ishlab chiqildi va uning o'zaro joylashuv xatoliklari kichik bo'lgan xolatda ($\gamma \leq 1^\circ$, $\eta \leq 1^\circ$ va $\Delta S < 1$ mm) holatlarda yuqori aniqlikda natija berishi aniqlandi. Shu bilan birga, mazkur chegaralardan chetga chiqilganda kontakt kuchlanishlarining qayta taqsimlanishi va noxiziqli effektlar yuzaga kelishi sababli modelning aniqligi pasayishi ko'rsatildi. Tadqiqot davomida modelning asosiy farazlari — materialning faqat elastik sohada ishlashi hamda quruq yoki chegaraviy ishqalanish sharoitlari — uning qo'llanilish doirasini sezilarli darajada belgilab berishi ta'kidlandi. Ayniqsa, yuqori yuklamali uzatmalarda plastik deformatsiyalar va gidrodinamik moylash ta'sirini hisobga olish zarurati mavjudligi aniqlandi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yhati:

- [1]. Ishibashi A. The characteristics of circular-arc-toothed cylindrical gears // Bulletin of JSME. 1966. Vol.9. No.33. P.200-208.
- [2]. Zhang X. Design and meshing characteristics of curvilinear cylindrical gears with asymmetric teeth // Scientific Reports. 2025. Vol.15. Art.26235.
- [3]. Сызранцев В.Н., Сызранцева К.В. Цилиндрические зубчатые передачи с апрочными зубьями. Тюмень: ТюмГУ, 2021. 170 с.



- [4]. Стариков А.И., Сызранцев В.Н. Расчет геометро-кинематических характеристик зацепления арочных зубьев при погрешностях // Вестник ЮУрГУ. Сер. Машиностроение. 2023. №1. С.5-18.
- [5]. Сызранцев В.Н. Цилиндрические передачи с разнесенными зонами контакта // Вестник ИжГТУ. 2021. Т.24. №2. С.33-39.
- [6]. Tseng R.T., Tsay C.B. Mathematical model and undercutting of cylindrical gears with curvilinear shaped teeth // Mech. Mach. Theory. 2001. Vol.36. P.1189-1202.
- [7]. A. Djuraev, B. Davidbayev, N.Juraev, J. Beknazarov. Results of dynamic analysis of double-inlet screw conveyor machine assembly. E3S Web of Conferences 417, 06001 (2023) GEOTECH-2023 <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202341706005>
- [8]. R. Muminov, Sh. Yakhshiev, J. Ravshanov, N.Juraev, Z. Oripov, M. Maxmudov. Development of technical solutions for modernization of the rotary feed mechanism of a quarry drilling rig. E3S Web of Conferences 486, 05007 (2024) AGRITECH-IX 2023 <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202448605007>
- [9]. R. Muminov, A.N. Ruzibayev, J. Ravshanov, N.Juraev, D. Quziyev. Development of measures to improve the rotary-falling mechanism of the drilling machine. 2024 ISSN 0041-5790 (Print) • ISSN 2412-8333 (Online) Ugol– Russian Coal Journal, 2024, № 1, pp. 94-99 DOI: <http://dx.doi.org/10.18796/0041-5790-2024-1-94-99>
- [10]. D. Isaev; B. Khamidov, A. Ataulaev; J. Ravshanov, N.Juraev. Comparative analysis of wear-resistant coating on carbide end mills using vibrodiagnostic method. Proceedings of the IV International Conference on Advances in Materials, Earth Science, and Technology. AIP Conf. Proc. 3390, 020016-1–020016-7; <https://doi.org/10.1063/5.0322333>