



МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВУМЕРНЫХ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ: СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ, МЕТОДЫ АНАЛИЗА И ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Реджепов Ш. [0000-0001-5293-3548]

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti, "Kompyuter injiniringi" fakulteti, E-mail: sh.redjepov@gmail.com

Аннотация. В данной статье представлен обзор современных математических моделей двумерных клеточных автоматов с акцентом на структуру решёток, типы граничных условий, методы матричного представления и проблемы обратимости. Выполнен сравнительный анализ моделей фон Неймана, Мура, треугольных, пентагональных, гексагональных, гибридных, бинарных, трёхсоставных и (p)-составных клеточных автоматов. Рассмотрено влияние нулевых, периодических, отражающих, адиабатических и смешанных граничных условий на динамику эволюции, существование конфигураций Garden of Eden и критерии обратимости. Методологическую основу обзора составляют методы линейной алгебры, матричного моделирования и анализа матриц переходов. Показано, что двумерные клеточные автоматы обладают высоким потенциалом для обработки изображений, криптографии, моделирования сложных систем и разработки интеллектуальных систем мониторинга вычислительных процессов, распределённых вычислительных систем и компьютерных сетей.

Ключевые слова: клеточные автоматы, двумерные клеточные автоматы, матрица перехода, граничные условия, обратимость, Garden of Eden, распределённые вычислительные системы, мониторинг вычислительных процессов, компьютерные сети.

Abstract. In this paper presents a review of contemporary mathematical models of two-dimensional cellular automata, focusing on lattice structures, boundary conditions, matrix-based representations, and reversibility analysis. A comparative analysis is conducted for von Neumann, Moore, triangular, pentagonal, hexagonal, hybrid, binary, three-state, and (p)-state cellular automata. Particular attention is paid to the influence of null, periodic, reflective, adiabatic, and mixed boundary conditions on the evolution dynamics, the existence of Garden of Eden configurations, and reversibility criteria. The methodological framework of the review is based on linear algebra, matrix modeling, and transition rule matrix analysis. The results demonstrate that two-dimensional cellular automata possess significant potential for image processing, cryptography, complex systems modeling, and the development of intelligent monitoring systems for computational processes, distributed computing systems, and computer networks.

Keywords: cellular automata, two-dimensional cellular automata, transition matrix, boundary conditions, reversibility, Garden of Eden, distributed computing systems, computational process monitoring, computer networks.

Annotatsiya. Ushbu maqolada ikki o'lovli kletkali avtomatlarning zamonaviy matematik modellari bo'yicha sharh keltirilgan bo'lib, unda panjara tuzilmalari, chegaraviy shartlar turlari, matritsaviy tasvirlash usullari va qaytuvchanlik muammolariga alohida e'tibor qaratilgan. Fon Neyman, Mur, uchburchak, beshburchak, olti burchakli, gibrid, ikkilik, uchlik holatli va (p)-holatli kletkali avtomatlar modellari qiyosiy tahlil qilingan. Nol, davriy, akslantiruvchi, adiyabatik va aralash chegaraviy shartlarning evolyutsiya dinamikasi, Garden of Eden konfiguratsiyalarining mavjudligi hamda qaytuvchanlik mezonlariga ta'siri ko'rib chiqilgan. Sharhning metodologik asosini chiziqli algebra, matritsaviy modellashtirish va o'tish matritsalarini tahlil qilish usullari tashkil etadi. Tadqiqot natijalari ikki o'lovli kletkali avtomatlar tasvirlarni qayta ishlash, kriptografiya, murakkab tizimlarni modellashtirish hamda hisoblash jarayonlari, taqsimlangan hisoblash tizimlari va kompyuter tarmoqlarini intellektual monitoring qilish tizimlarini ishlab chiqishda katta salohiyatga ega ekanligini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: kletkali avtomatlar; ikki o'lovli kletkali avtomatlar; o'tish matritsasi; chegaraviy shartlar; qaytuvchanlik; Garden of Eden; taqsimlangan hisoblash tizimlari; hisoblash jarayonlarini monitoring qilish; kompyuter tarmoqlari.



Введение

Клеточные автоматы представляют собой один из наиболее продуктивных математических подходов к описанию дискретных динамических систем. Их фундаментальная идея состоит в том, что сложное поведение всей системы может быть получено из локального взаимодействия простых элементов, расположенных на регулярной или специальным образом организованной решетке. Каждая клетка имеет конечное множество состояний, а переход от текущего состояния к следующему определяется локальным правилом, зависящим от состояния самой клетки и ее окрестности. Несмотря на внешнюю простоту такого описания, клеточные автоматы способны порождать сложные пространственно-временные структуры, хаотические режимы, самовоспроизводящиеся конфигурации, волновые процессы, устойчивые паттерны и вычислительно значимые преобразования.

Исторически теория клеточных автоматов связана с работами С. Улама и Дж. фон Неймана [1, 35, 49, 50], которые рассматривали возможность построения дискретной модели самовоспроизводящейся машины. В дальнейшем математические основы клеточных автоматов получили развитие в работах Г. Хедлунда [35], а затем в исследованиях С. Вольфрама [2, 3, 41, 47], показавших, что даже элементарные одномерные автоматы способны демонстрировать неожиданно сложную динамику. Это обстоятельство стало одной из причин интенсивного развития теории клеточных автоматов в математике, информатике, физике, биологии, химии, криптографии, теории изображений и моделировании природных процессов.

В ранних исследованиях основное внимание уделялось одномерным клеточным автоматам [2, 3, 45]. Они удобны для аналитического описания, имеют относительно простую структуру окрестности и позволяют формализовать широкий класс дискретных процессов. Однако многие реальные и вычислительные процессы имеют пространственно распределенную природу и не могут быть адекватно представлены одномерной схемой. По этой причине особую значимость приобрели двумерные клеточные автоматы, в которых клетки располагаются на плоскости и взаимодействуют с соседями в рамках определенной геометрии. Именно двумерные модели позволяют описывать распространение сигналов, волн, дефектов, нагрузок, изображений, сетевых состояний и процессов параллельной эволюции в дискретной среде.

Наиболее распространенными двумерными моделями являются клеточные автоматы с окрестностью фон Неймана и Мура [1, 9, 35]. В классической модели фон Неймана состояние клетки определяется с учетом четырех ортогонально расположенных соседей, тогда как модель Мура использует более широкую окрестность, включающую диагональные элементы. Эти схемы стали базовыми для многочисленных модификаций, однако дальнейшее развитие теории показало, что квадратная решетка не всегда является достаточной для описания сложных структур. Поэтому в современных исследованиях рассматриваются треугольные, гексагональные, пентагональные и другие решеточные структуры, расширяющие возможности моделирования и позволяющие получать новые классы локальных взаимодействий.

Особое место в развитии двумерных клеточных автоматов занимают модели над конечными полями [11, 17, 18, 23, 26], в частности над бинарным полем, троичным полем и полем Z_p . Такие модели позволяют использовать аппарат линейной алгебры для строгого анализа динамики автомата. Если правило перехода является линейным, то эволюция всей конфигурации может быть представлена через матрицу перехода. Это дает возможность исследовать свойства автомата с помощью ранга, определителя, спектральных характеристик, структуры блочных матриц и



алгебраических условий обратимости. Данный подход особенно важен для конечных двумерных клеточных автоматов, поскольку позволяет заменить непосредственное моделирование большого числа итераций аналитическим исследованием соответствующего линейного оператора.

Одной из центральных проблем теории клеточных автоматов является проблема обратимости [9, 20, 25, 31, 32]. Клеточный автомат называется обратимым, если для каждой текущей конфигурации существует единственная предшествующая конфигурация. В терминах отображений это означает биективность глобальной функции перехода. Для конечных линейных клеточных автоматов обратимость тесно связана с невырожденностью матрицы перехода, ее рангом и определителем. При этом для двумерных и более высокоразмерных клеточных автоматов общая задача обратимости является существенно более сложной, чем для одномерных моделей. Это делает важными исследования специальных классов автоматов, для которых возможно получение явных критериев обратимости и алгоритмов проверки.

С проблемой обратимости тесно связаны конфигурации Garden of Eden [19, 31, 34]. Под такими конфигурациями понимаются состояния клеточного автомата, которые не имеют прообраза, то есть не могут быть получены из какой-либо предыдущей конфигурации при действии заданного правила перехода. Наличие таких конфигураций указывает на необратимость автомата и имеет важное значение не только для теории дискретных динамических систем, но и для практических задач, включая криптографию, диагностику, восстановление данных и анализ достижимости состояний. В вычислительных системах аналогом таких ситуаций могут быть недостижимые или аномальные состояния инфраструктуры, которые невозможно объяснить штатной эволюцией процессов и которые требуют отдельной диагностики.

Не менее значимым фактором является выбор граничных условий. В конечных двумерных клеточных автоматах поведение внутренних клеток и клеток на границе различается, поскольку граничные клетки имеют неполную окрестность. Для устранения или формализации этого эффекта используются различные типы граничных условий: нулевые, периодические, отражающие, адиабатические и смешанные [8, 15, 17, 18, 20]. Нулевые условия предполагают фиксацию внешних состояний, периодические условия превращают решетку в топологически замкнутую поверхность, отражающие условия моделируют зеркальное продолжение, а смешанные условия позволяют комбинировать разные типы границ на разных сторонах решетки. Каждый тип границы изменяет структуру матрицы перехода и, следовательно, влияет на обратимость, ранг и динамику эволюции.

Анализ публикаций по двумерным клеточным автоматам показывает, что в последние годы сформировалось несколько взаимосвязанных направлений исследований. Первое направление связано с построением матриц правил для различных решеток и окрестностей. Второе направление посвящено исследованию обратимости и необратимости линейных клеточных автоматов над конечными полями. Третье направление изучает специальные граничные условия и их влияние на структуру эволюции. Четвертое направление ориентировано на прикладные задачи: обработку изображений, фильтрацию шума, выделение границ, генерацию псевдослучайных последовательностей, криптографические преобразования, моделирование биологических и физических процессов. Однако связь этих результатов с современными вычислительными системами, распределенными сетями и интеллектуальным мониторингом пока раскрыта недостаточно полно.

Данная обзорная статья направлена на устранение указанного разрыва. В ней двумерные клеточные автоматы рассматриваются не только как самостоятельный математический объект, но и как потенциальная модель анализа вычислительных процессов. В распределенной вычислительной системе каждый узел, сервер,



процессорное ядро, контейнер, виртуальная машина или сетевой сегмент может быть представлен как клетка, находящаяся в определенном состоянии. Локальные правила отражают взаимодействие узла с соседними или логически связанными компонентами, а глобальная динамика всей системы описывает распространение нагрузки, отказов, перегрузок, задержек, сетевых аномалий и управляющих воздействий. Такой подход открывает перспективы построения клеточно-автоматных алгоритмов мониторинга, диагностики и прогнозирования.

Важным преимуществом клеточно-автоматного подхода является естественная параллельность. Поскольку все клетки обновляются по локальным правилам, вычисления могут быть эффективно реализованы на многоядерных процессорах, графических ускорителях, FPGA-платформах и распределенных кластерах. Это особенно актуально для современных систем мониторинга, которые должны обрабатывать большие потоки телеметрических данных в реальном времени. Кроме того, клеточные автоматы обладают высокой интерпретируемостью по сравнению со многими моделями машинного обучения: локальные правила могут быть явно заданы, проанализированы и сопоставлены с физическим или логическим смыслом исследуемого процесса.

Цель настоящей обзорной статьи состоит в систематизации математических моделей двумерных клеточных автоматов, сравнительном анализе их структурных и алгоритмических свойств, а также в определении перспектив их применения для мониторинга вычислительных систем и компьютерных сетей. Для достижения данной цели рассматриваются основные классы решеток, типы окрестностей, граничные условия, методы построения матриц перехода, критерии обратимости, алгоритмы анализа Garden of Eden и потенциальные направления интеграции клеточно-автоматных моделей в интеллектуальные системы мониторинга.

Научная значимость обзора заключается в том, что различные результаты по двумерным клеточным автоматам объединяются в единую концептуальную схему: от геометрии решетки и локального правила перехода к алгебраическому представлению, анализу обратимости и прикладной интерпретации в вычислительной инфраструктуре. Такой подход позволяет не только обобщить существующие результаты, но и определить новые исследовательские задачи, связанные с построением клеточно-автоматных моделей распределенных вычислений, обнаружением аномалий, прогнозированием отказов, созданием цифровых двойников компьютерных сетей и разработкой самовосстанавливающихся вычислительных систем.

Эволюция математических моделей двумерных клеточных автоматов.

Развитие двумерных клеточных автоматов представляет собой последовательный переход от классических квадратных структур к более сложным моделям, ориентированным на повышение точности математического моделирования дискретных процессов. Анализ выполнен на основе серии исследований автора, посвященных различным типам решёток, граничных условий и алгебраических методов исследования двумерных клеточных автоматов. В отличие от большинства существующих обзоров, рассматривающих отдельные модели независимо, настоящая работа объединяет их в единую эволюционную схему.

Первым этапом развития являются двумерные клеточные автоматы на квадратной решётке с окрестностями фон Неймана и Мура. Эти модели сформировали математическую основу дальнейших исследований благодаря простоте локальных правил, возможности построения матриц переходов и исследованию обратимости. Для них были разработаны методы построения



линейных матриц правил и показана связь между локальными функциями перехода и глобальной динамикой системы.

Следующим этапом стало исследование много состояниях клеточных автоматов над полями Z_2 , Z_3 и Z_p . Увеличение числа состояний позволило существенно расширить пространство допустимых правил перехода, повысить выразительные возможности моделей и использовать их для моделирования сложных дискретных процессов, обработки изображений и генерации структурированных паттернов.

Особое место занимают треугольные клеточные автоматы фон Неймана. Использование треугольной решётки обеспечивает иную топологию взаимодействия соседних элементов, благодаря чему удаётся исследовать новые классы матриц переходов и сформулировать критерии обратимости для моделей с нулевыми и периодическими граничными условиями. Проведённые исследования показали, что изменение геометрии решётки существенно влияет на спектральные свойства матриц правил и характер распространения информации.

Дальнейшим развитием стали пентагональные модели. Их особенностью является более сложная локальная структура взаимодействий, позволяющая анализировать задачи существования конфигураций Garden of Eden, исследовать ранги матриц переходов и разрабатывать алгоритмы проверки обратимости. Полученные результаты расширяют область применения клеточных автоматов при исследовании дискретных динамических систем.

Отдельным направлением являются гибридные двумерные клеточные автоматы, в которых различные локальные правила комбинируются в пределах одной вычислительной модели. Такой подход позволяет повысить адаптивность алгоритмов, сформировать новые типы эволюции конфигураций и обеспечить более гибкое описание сложных процессов. Исследования гибридных моделей показали перспективность их использования при обработке изображений, синтезе структур и анализе многомерных данных.

Следующим этапом развития стало исследование различных типов граничных условий: нулевых, периодических, отражающих, адиабатических и смешанных. Именно изменение граничных условий оказывает существенное влияние на свойства обратимости, устойчивость эволюции и вычислительную сложность моделей. В работах автора показано, что выбор граничных условий является не менее важным фактором, чем выбор самой решётки или локального правила перехода.

Совокупность рассмотренных исследований позволяет сформировать единую классификацию двумерных клеточных автоматов по геометрии решётки, числу состояний, типу граничных условий и используемому алгебраическому аппарату. Такая систематизация создаёт основу для дальнейшего развития математических моделей, ориентированных на применение в распределённых вычислительных системах, компьютерных сетях и интеллектуальном мониторинге вычислительных процессов.

Таблица 1

Сравнительная характеристика основных моделей

Модель	Решётка	Состояния	Границы	Основной результат	Применение
Moore	Квадратная	2	Null	Матрицы переходов	Обработка изображений
von Neumann	Квадратная	2,3,p	Periodic/Null	Обратимость	Параллельные вычисления
Triangular	Треугольная	p	Null/Periodic	Новые матрицы правил	Моделирование правил



Pentagonal	Пятиугольная	p	Null	GOE ранги и	Диагностика
Hybrid	Квадратная	3	Periodic	Гибридные правила	Интеллектуальный анализ

Методы исследования двумерных клеточных автоматов и сравнительный анализ.

Одним из основных направлений исследований является построение матриц правил перехода, описывающих глобальную эволюцию двумерного клеточного автомата. В выполненных исследованиях показано, что использование аппарата линейной алгебры позволяет представить локальные правила в виде матричных операторов и анализировать динамику системы с использованием методов теории матриц. Такой подход существенно упрощает исследование обратимости, вычисление определителей, рангов и спектральных характеристик матриц перехода.

Для квадратных, треугольных и пентагональных решёток разработаны методы формирования матриц переходов с учетом различных типов окрестностей и граничных условий. Полученные матрицы обладают блочной структурой и позволяют формализовать переход системы из состояния $X(t)$ в состояние $X(t+1)$. Применение единого матричного аппарата обеспечивает возможность сравнения различных моделей и разработки универсальных алгоритмов анализа.

Особое внимание уделено исследованию обратимости двумерных клеточных автоматов. В данной работе показано, что обратимость определяется свойствами матрицы перехода и зависит от типа решётки, выбранного поля состояний и граничных условий. Для ряда моделей сформулированы критерии обратимости и предложены алгоритмы проверки существования обратного отображения.

Необратимые модели исследуются посредством анализа конфигураций Garden of Eden. Для пентагональных и моделей со смешанными граничными условиями разработаны алгоритмы определения существования недостижимых конфигураций на основе вычисления ранга матрицы перехода. Эти результаты имеют фундаментальное значение при анализе устойчивости и достижимости состояний.

Сравнение выполненных исследований показывает, что переход от квадратных к треугольным и пентагональным решёткам сопровождается усложнением математического аппарата, однако одновременно повышает выразительные возможности моделей. Гибридные клеточные автоматы обладают наибольшей гибкостью благодаря комбинированию локальных правил, тогда как модели с различными граничными условиями позволяют адаптировать вычислительный процесс к особенностям конкретной прикладной задачи.

Таблица 2.

Сравнение методов исследования

Метод	Основная идея	Преимущества	Ограничения	Использование
Матрицы переходов	Глобальное описание эволюции	Строгость	Рост размерности	Все модели
Определитель	Проверка обратимости	Высокая точность	Трудоёмкость	Линейные КА
Ранг матрицы	GOE-анализ	Универсальность	Большие вычисления	Пентагональные КА
Алгоритмы обратимости	Поиск обратного	Практичность	Зависимость от модели	Мониторинг



	отображени я			
--	-----------------	--	--	--

Применение двумерных клеточных автоматов в вычислительных системах и перспективы развития.

Одним из наиболее развитых направлений применения двумерных клеточных автоматов является обработка цифровых изображений. Благодаря локальному характеру правил перехода клеточные автоматы эффективно выполняют сегментацию, фильтрацию шумов, выделение контуров, распознавание текстур и генерацию изображений. В исследованиях автора показано, что использование двух- и техсостоящих моделей позволяет формировать устойчивые структуры и получать высокую степень параллелизма вычислений.

Линейные и гибридные клеточные автоматы обладают хорошими свойствами для построения криптографических преобразований. Исследование обратимости, определителей и матриц переходов позволяет оценивать возможность восстановления исходных данных, проектировать схемы шифрования и анализировать устойчивость криптографических алгоритмов.

Перспективным направлением является использование двумерных клеточных автоматов в качестве математической модели распределённой вычислительной инфраструктуры. Каждая клетка может интерпретироваться как вычислительный узел, сервер, виртуальная машина, контейнер или сетевой элемент. Локальные правила моделируют обмен информацией между соседними узлами, а глобальная конфигурация описывает текущее состояние всей вычислительной системы.

Использование клеточных автоматов позволяет организовать непрерывный анализ состояния процессоров, оперативной памяти, сетевых соединений, устройств хранения данных и других компонентов вычислительной инфраструктуры. Изменение состояний клеток отражает изменение нагрузки, появление аномалий, деградацию производительности и распространение отказов.

Дальнейшее развитие рассматриваемых моделей связано с интеграцией клеточных автоматов с методами искусственного интеллекта, машинного обучения, цифровых двойников, облачных и периферийных вычислений. Особый интерес представляет построение интеллектуальных систем мониторинга распределённых вычислительных систем, способных прогнозировать отказы, обнаруживать аномалии и автоматически принимать решения на основе локальных правил эволюции.

Таблица-3

Перспективные области применения

Область	Назначение	Преимущества КА	Перспективность
Обработка изображений	Фильтрация и сегментация	Высокий параллелизм	Высокая
Компьютерные сети	Мониторинг узлов	Локальные правила	Высокая
Облачные вычисления	Контроль ресурсов	Масштабируемость	Высокая
HPC/GPU	Параллельные вычисления	Эффективная декомпозиция	Высокая
Интеллектуальный мониторинг	Прогнозирование отказов	Самоорганизация	Очень высокая

Перспективы развития клеточно-автоматных моделей и направления дальнейших исследований.



Современные исследования свидетельствуют о возрастающем интересе к объединению двумерных клеточных автоматов с методами искусственного интеллекта и машинного обучения. Локальные правила эволюции могут использоваться совместно с интеллектуальными алгоритмами для адаптивного изменения параметров моделей, автоматического обнаружения аномалий и прогнозирования состояния вычислительной инфраструктуры. Такой подход позволяет формировать самообучающиеся системы мониторинга, способные изменять стратегию анализа в зависимости от текущего состояния сети.

Перспективным направлением является построение цифровых двойников распределённых вычислительных систем. В такой модели каждая клетка соответствует вычислительному узлу, а состояние всей клеточной структуры отражает текущее состояние инфраструктуры. Это позволяет моделировать развитие аварийных ситуаций, анализировать последствия отказов и оценивать эффективность механизмов восстановления.

Высокая степень локальности вычислений делает двумерные клеточные автоматы естественной моделью для реализации на многоядерных процессорах, графических ускорителях и кластерных системах. Возможность независимого обновления большого числа клеток обеспечивает масштабируемость алгоритмов и позволяет использовать клеточно-автоматные модели в задачах анализа больших данных в режиме реального времени.

Несмотря на значительные достижения, остаются нерешёнными вопросы исследования обратимости многосоставных моделей большой размерности, построения универсальных критериев устойчивости, разработки алгоритмов для смешанных граничных условий и интеграции клеточных автоматов с интеллектуальными системами управления вычислительной инфраструктурой.

Таблица 4

Перспективные направления исследований

Направление	Ожидаемый результат	Практическая значимость
AI + Cellular Automata	Самообучающиеся модели	Интеллектуальный мониторинг
Digital Twin	Виртуальная модель инфраструктуры	Прогнозирование отказов
GPU/HPC	Высокая производительность	Анализ больших данных
Cloud/Edge	Масштабируемые алгоритмы	Мониторинг распределённых систем
Explainable Cellular Automata	Интерпретируемые модели	Поддержка принятия решений

Научные проблемы, рекомендации и практические направления развития.

Несмотря на значительный прогресс в теории двумерных клеточных автоматов, ряд фундаментальных вопросов остаётся открытым. К ним относятся разработка универсальной теории обратимости для многосоставных моделей, построение единых критериев анализа клеточных автоматов с произвольной геометрией решётки, исследование нелинейных правил перехода и разработка масштабируемых алгоритмов для сверхбольших клеточных структур. Большинство существующих исследований посвящено отдельным типам решёток или граничных условий, тогда как комплексный подход к их совместному анализу представлен ограниченно.

Результаты выполненных исследований позволяют рекомендовать использование двумерных клеточных автоматов при проектировании



интеллектуальных систем мониторинга вычислительных процессов. Наиболее перспективными являются модели с периодическими и смешанными граничными условиями, обеспечивающие устойчивое моделирование распределённых вычислительных сред. Применение матриц переходов и критериев обратимости повышает эффективность диагностики и анализа состояний вычислительной инфраструктуры.

Дальнейшее развитие клеточно-автоматных методов связано с их внедрением в центры обработки данных, облачные платформы, распределённые вычислительные комплексы, интеллектуальные транспортные сети и системы промышленного Интернета вещей. Использование локальных правил эволюции обеспечивает естественный параллелизм вычислений и позволяет создавать масштабируемые алгоритмы анализа состояния сложных технических систем.

Таблица 5

Основные направления дальнейших исследований

Направление	Научная задача	Ожидаемый эффект
Многосостоятельные КА	Единая теория обратимости	Расширение математического аппарата
Смешанные границы	Универсальные алгоритмы	Повышение точности моделирования
Мониторинг вычислительных систем	Диагностика и прогнозирование	Повышение отказоустойчивости
AI + КА	Адаптивные правила	Интеллектуальный анализ
Цифровые двойники	Моделирование инфраструктуры	Оптимизация эксплуатации

Практические рекомендации по внедрению клеточно-автоматных моделей в интеллектуальные системы мониторинга.

Результаты исследований двумерных клеточных автоматов позволяют сформировать концептуальную архитектуру интеллектуальной системы мониторинга вычислительных процессов. Предлагаемая архитектура включает подсистемы сбора данных, предварительной обработки, клеточно-автоматного анализа, прогнозирования состояния, обнаружения аномалий и визуализации результатов.

Каждый вычислительный узел интерпретируется как отдельная клетка двумерной решётки. Состояние клетки определяется набором параметров: загрузкой процессора, использованием оперативной памяти, сетевой активностью, состоянием устройств хранения данных и показателями отказоустойчивости. Локальные правила перехода описывают обмен информацией между соседними узлами и моделируют распространение перегрузок, отказов и восстановительных процессов.

Алгоритм функционирования включает сбор телеметрических данных, преобразование параметров в дискретные состояния клеток, построение глобальной конфигурации, вычисление следующего состояния посредством матрицы переходов, анализ обратимости, выявление аномальных конфигураций и формирование рекомендаций оператору. Использование матриц правил обеспечивает возможность эффективной реализации алгоритма в параллельных вычислительных средах.

Предлагаемый подход обеспечивает высокую масштабируемость, естественный параллелизм вычислений, возможность локального анализа без полного пересчёта модели и эффективное прогнозирование развития нештатных ситуаций. Благодаря использованию различных типов решёток и граничных условий модель может быть адаптирована к вычислительным кластерам, облачным платформам, системам Edge Computing и центрам обработки данных.



Таблица 6

Соответствие компонентов мониторинга и элементов клеточного автомата

Компонент вычислительной системы	Элемент клеточного автомата	Назначение
Вычислительный узел	Клетка	Хранение текущего состояния
Канал связи	Соседство	Передача локальной информации
Правила управления	Функция перехода	Изменение состояния
Глобальная конфигурация	Матрица состояний	Анализ системы
Подсистема диагностики	Алгоритм обратимости	Поиск аномалий
Модуль прогнозирования	Эволюция КА	Оценка будущих состояний

Концептуальная модель интеллектуального мониторинга вычислительных систем на основе двумерных клеточных автоматов

На основе выполненных исследований предлагается концептуальная модель интеллектуального мониторинга вычислительных систем, использующая математический аппарат двумерных клеточных автоматов. В данной модели вычислительная инфраструктура представляется в виде дискретной решётки, элементы которой соответствуют отдельным вычислительным узлам. Локальные правила перехода моделируют взаимодействие между соседними компонентами, а глобальная конфигурация отражает текущее состояние всей системы.

Каждая клетка характеризуется набором параметров: загрузкой процессора, использованием оперативной памяти, сетевой задержкой, пропускной способностью, температурой оборудования, состоянием накопителей и уровнем отказоустойчивости. Непрерывные параметры преобразуются в конечное множество дискретных состояний, что позволяет применять математический аппарат клеточных автоматов для анализа динамики вычислительных процессов.

Эволюция клеточного автомата позволяет прогнозировать изменение состояния вычислительной инфраструктуры, выявлять потенциальные перегрузки и локализовать источники аномалий. На основании результатов моделирования формируются рекомендации по перераспределению вычислительной нагрузки, изменению маршрутизации сетевого трафика и запуску механизмов самовосстановления.

Предлагаемая модель может быть реализована как программный модуль интеллектуальной системы мониторинга центров обработки данных, облачных платформ, кластерных вычислительных комплексов и корпоративных сетей.

Таблица 7

Соответствие параметров мониторинга состояниям клеточного автомата

Параметр	Состояние клетки	Назначение	Результат анализа
CPU	Нагрузка	Контроль производительности	Балансировка
RAM	Использование памяти	Предупреждение перегрузки	Оптимизация
Network	Сетевое состояние	Анализ связности	Обнаружение аномалий



Storage	Состояние дисков	Контроль отказов	Прогноз деградации
Node health	Интегральный статус	Комплексная диагностика	Поддержка решений

Заключение

Проведённый обзор современных исследований в области двумерных клеточных автоматов показал, что данное направление представляет собой одно из наиболее перспективных средств математического моделирования дискретных динамических систем. Выполненный анализ позволил объединить результаты, посвящённые квадратным, треугольным, пентагональным и гибридным клеточным автоматам, а также моделям с различными типами граничных условий. Показано, что изменение геометрии решётки, числа состояний и правил локального взаимодействия оказывает существенное влияние на свойства глобальной динамики, обратимости и вычислительной сложности моделей.

Особое внимание уделено развитию алгебраического аппарата исследования клеточных автоматов. Использование матриц переходов, матриц правил, определителей и рангов позволило сформировать строгую математическую основу анализа эволюции клеточных структур, исследования обратимости и обнаружения конфигураций Garden of Eden. Единый матричный подход обеспечивает возможность формального сравнения различных моделей и разработки универсальных алгоритмов анализа дискретных систем.

Сравнительный анализ показал, что развитие двумерных клеточных автоматов происходило последовательно: от классических квадратных моделей к многосоставным, треугольным, пентагональным и гибридным структурам. Это существенно расширило область применения клеточных автоматов и создало предпосылки для их использования при обработке изображений, криптографии, моделировании физических процессов и анализе больших массивов данных.

Наиболее перспективным направлением является применение клеточно-автоматных моделей в интеллектуальном мониторинге вычислительных процессов, распределённых вычислительных систем и компьютерных сетей. Представление вычислительной инфраструктуры в виде двумерной решётки позволяет рассматривать каждый вычислительный узел как отдельную клетку, состояние которой определяется характеристиками загрузки процессора, памяти, сетевой активности и другими параметрами. Локальные правила перехода обеспечивают моделирование распространения перегрузок, отказов и восстановительных процессов, а глобальная конфигурация позволяет оценивать состояние всей инфраструктуры.

Практическая значимость рассмотренных исследований заключается в возможности построения масштабируемых интеллектуальных систем мониторинга, ориентированных на обнаружение аномалий, прогнозирование отказов, оптимизацию распределения вычислительных ресурсов и поддержку принятия решений. Благодаря естественному параллелизму клеточных автоматов такие модели могут эффективно реализовываться на многоядерных процессорах, графических ускорителях, кластерных системах и облачных платформах.

Перспективы дальнейших исследований связаны с разработкой универсальных критериев обратимости для многосоставных моделей, интеграцией клеточных автоматов с технологиями искусственного интеллекта, машинного обучения и цифровых двойников, а также созданием интеллектуальных платформ мониторинга нового поколения для высокопроизводительных вычислительных комплексов и



распределённых компьютерных сетей. Совокупность рассмотренных результатов формирует научную основу для дальнейшего развития моделей, методов и алгоритмов мониторинга вычислительных систем на основе двумерных клеточных автоматов.

Список использованных литератур:

- [1] Neumann J. von. Theory of Self-Reproducing Automata / ed. by A. W. Burks. — Urbana; London: University of Illinois Press, 1966. — 388 p.
- [2] Moore E. F. Machine Models of Self-Reproduction // Mathematical Problems in the Biological Sciences: Proceedings of Symposia in Applied Mathematics. — Providence: American Mathematical Society, 1962. — Vol. 14. — P. 17–33.
- [3] Myhill J. The Converse of Moore's Garden-of-Eden Theorem // Proceedings of the American Mathematical Society. — 1963. — Vol. 14, No. 4. — P. 685–686.
- [4] Hedlund G. A. Endomorphisms and Automorphisms of the Shift Dynamical System // Mathematical Systems Theory. — 1969. — Vol. 3, No. 4. — P. 320–375.
- [5] Richardson D. Tessellations with Local Transformations // Journal of Computer and System Sciences. — 1972. — Vol. 6, No. 5. — P. 373–388.
- [6] Amoroso S., Patt Y. N. Decision Procedures for Surjectivity and Injectivity of Parallel Maps for Tessellation Structures // Journal of Computer and System Sciences. — 1972. — Vol. 6, No. 5. — P. 448–464.
- [7] Toffoli T., Margolus N. Cellular Automata Machines: A New Environment for Modeling. — Cambridge: MIT Press, 1987. — 259 p.
- [8] Wolfram S. Statistical Mechanics of Cellular Automata // Reviews of Modern Physics. — 1983. — Vol. 55, No. 3. — P. 601–644. — DOI: 10.1103/RevModPhys.55.601.
- [9] Wolfram S. Universality and Complexity in Cellular Automata // Physica D: Nonlinear Phenomena. — 1984. — Vol. 10, No. 1–2. — P. 1–35.
- [10] Wolfram S. Cellular Automata and Complexity: Collected Papers. — Reading: Addison-Wesley, 1994. — 596 p.
- [11] Wolfram S. A New Kind of Science. — Champaign: Wolfram Media, 2002. — 1197 p.
- [12] Ilachinski A. Cellular Automata: A Discrete Universe. — Singapore: World Scientific, 2001. — 808 p.
- [13] Chopard B., Droz M. Cellular Automata Modeling of Physical Systems. — Cambridge: Cambridge University Press, 1998. — 341 p.
- [14] Schiff J. L. Cellular Automata: A Discrete View of the World. — Hoboken: Wiley-Interscience, 2008. — 280 p.
- [15] Adamatzky A. Game of Life Cellular Automata. — London: Springer, 2010. — 579 p.
- [16] Ceccherini-Silberstein T., Coornaert M. Cellular Automata and Groups. — Berlin; Heidelberg: Springer, 2010. — 439 p.
- [17] Ceccherini-Silberstein T., Coornaert M. The Garden of Eden Theorem: Old and New // arXiv. — 2017. — arXiv:1707.08898.
- [18] Kari J. Reversibility of 2D Cellular Automata Is Undecidable // Physica D: Nonlinear Phenomena. — 1990. — Vol. 45, No. 1–3. — P. 379–385.
- [19] Kari J. Reversibility and Surjectivity Problems of Cellular Automata // Journal of Computer and System Sciences. — 1994. — Vol. 48, No. 1. — P. 149–182.
- [20] Kari J. Theory of Cellular Automata: A Survey // Theoretical Computer Science. — 2005. — Vol. 334, No. 1–3. — P. 3–33.
- [21] Sutner K. De Bruijn Graphs and Linear Cellular Automata // Complex Systems. — 1991. — Vol. 5, No. 1. — P. 19–30.



- [22] Gutowitz H. Cellular Automata: Theory and Experiment. — Cambridge: MIT Press, 1991. — 504 p.
- [23] Vichniac G. Y. Simulating Physics with Cellular Automata // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. — 1984. — Vol. 10, No. 1–2. — P. 96–116.
- [24] Fredkin E., Toffoli T. Conservative Logic // *International Journal of Theoretical Physics*. — 1982. — Vol. 21, No. 3–4. — P. 219–253.
- [25] Margolus N. Physics-Like Models of Computation // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. — 1984. — Vol. 10, No. 1–2. — P. 81–95.
- [26] Bandini S., Mauri G., Serra R. Cellular Automata: From a Theoretical Parallel Computational Model to Its Application to Complex Systems // *Parallel Computing*. — 2001. — Vol. 27, No. 5. — P. 539–553.
- [27] Sarkar P. A Brief History of Cellular Automata // *ACM Computing Surveys*. — 2000. — Vol. 32, No. 1. — P. 80–107.
- [28] Adamatzky A. Collision-Based Computing. — London: Springer, 2002. — 553 p.
- [29] Adamatzky A. Reaction-Diffusion Computers. — Amsterdam: Elsevier, 2005. — 341 p.
- [30] Chou H. H., Reggia J. A. Emergence of Self-Replicating Structures in a Cellular Automata Space // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. — 1997. — Vol. 110, No. 3–4. — P. 252–276.
- [31] Nandi S., Kar B. K., Chaudhuri P. P. Theory and Applications of Cellular Automata in Cryptography // *IEEE Transactions on Computers*. — 1994. — Vol. 43, No. 12. — P. 1346–1357.
- [32] Tomassini M., Sipper M., Perrenoud M. On the Generation of High-Quality Random Numbers by Two-Dimensional Cellular Automata // *IEEE Transactions on Computers*. — 2000. — Vol. 49, No. 10. — P. 1146–1151.
- [33] Seredynski F., Bouvry P., Zomaya A. Y. Cellular Automata Computations and Secret Key Cryptography // *Parallel Computing*. — 2004. — Vol. 30, No. 5–6. — P. 753–766.
- [34] Rosin P. L. Training Cellular Automata for Image Processing // *IEEE Transactions on Image Processing*. — 2006. — Vol. 15, No. 7. — P. 2076–2087. — DOI: 10.1109/TIP.2006.877040.
- [35] Popovici A., Popovici D. Cellular Automata in Image Processing // *Proceedings of the 15th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*. — Notre Dame, 2002. — P. 1–6.
- [36] Dihidar K., Choudhury P. P. Matrix Algebraic Formulae Concerning Some Exceptional Rules of Two-Dimensional Cellular Automata // *Information Sciences*. — 2004. — Vol. 165, No. 1–2. — P. 91–101.
- [37] Choudhury P. P., Sahoo S., Chakraborty M., Bhandari S., Pal A. Investigation of the Global Dynamics of Cellular Automata Using Boolean Derivatives // *Computers and Mathematics with Applications*. — 2009. — Vol. 57, No. 8. — P. 1337–1351.
- [38] Choudhury P. P., Nayak K., Sahoo S., Rath P. Theory and Applications of Two-Dimensional, Null-Boundary, Nine-Neighborhood Cellular Automata Linear Rules // *Journal of Current Computer Science and Technology*. — 2012. — Vol. 2. — P. 50–54.
- [39] Mohammed J., Mohanty B., Sahoo S. Two-Dimensional Cellular Automata and Its Reduced Rule Matrix // *International Journal of the Orissa Mathematical Society*. — 2012. — Vol. 1. — P. 97–104.
- [40] Mohammed J., Sahoo S. Design and Analysis of Matrices for Two-Dimensional Cellular Automata Linear Rules in Hexagonal Neighborhood // *Mathematica Aeterna*. — 2011. — Vol. 1. — P. 537–545.



- [41] Uguz S., Akin H., Siap I. Reversibility Algorithms for 3-State Hexagonal Cellular Automata with Periodic Boundaries // International Journal of Bifurcation and Chaos. — 2013. — Vol. 23, No. 8. — Article No. 1350101.
- [42] Uguz S., Sahin U., Akin H., Siap I. Self-Replicating Patterns in Two-Dimensional Linear Cellular Automata // International Journal of Bifurcation and Chaos. — 2014. — Vol. 24, No. 1. — Article No. 1430002.
- [43] Sahin U., Uguz S., Akin H. The Transition Rules of Two-Dimensional Linear Cellular Automata over Ternary Field and Self-Replicating Patterns // International Journal of Bifurcation and Chaos. — 2015. — Vol. 25, No. 1. — Article No. 1550011.
- [44] Sahin U., Uguz S., Akin H., Siap I. Three-State von Neumann Cellular Automata and Pattern Generation // Applied Mathematical Modelling. — 2015. — Vol. 39, No. 7. — P. 2003–2024.
- [45] Uguz S., Akin H., Siap I., Sahin U. On the Irreversibility of Moore Cellular Automata over the Ternary Field and Image Application // Applied Mathematical Modelling. — 2016. — Vol. 40, No. 17–18. — P. 8017–8032.
- [46] Uguz S., Redjepov S., Acar E., Akin H. Structure and Reversibility of Two-Dimensional von Neumann Cellular Automata over Triangular Lattice // International Journal of Bifurcation and Chaos. — 2017. — Vol. 27, No. 5. — Article No. 1750083.
- [47] Redjepov S., Uguz S. Binary States Cellular Automata with Reflexive and Periodic Boundaries and Image Problem // Turkish Journal of Mathematics and Computer Science. — 2018. — Vol. 9. — P. 14–24.
- [48] Uguz S. Three States Hybrid Cellular Automata with Periodic Boundary Condition // Malaysian Journal of Mathematical Sciences. — 2018. — Vol. 12, No. 3. — P. 305–321.
- [49] Omirov B. A., Redjepov Sh. B., Usmonov J. B. 2D Moore CA with New Boundary Conditions and Its Reversibility // arXiv. — 2024. — 17 p. — DOI: 10.48550/arXiv.2406.06195.
- [50] Chang Ch.-H., Yang Y.-Ch., Şah F. Reversibility of Linear Cellular Automata with Intermediate Boundary Condition // AIMS Mathematics. — 2024. — Vol. 9, No. 3. — P. 7645–7661. — DOI: 10.3934/math.2024371.