



УДК 622.046.

© Худайбердиев О.Ж., Рахматов С.Х., Карабекян С.Х.

# ИНТЕРВАЛЬНЫЙ ВАРИАНТ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ГОЛОЛЕДООБРАЗОВАНИЯ НА ЛИНИЯХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРОВОДОВ

**Худайбердиев О. Ж.** - старший преподаватель кафедры «Высшая математика и информационные технологии» Навоийского государственного горного института, **Рахматов С. Х.** - доцент кафедры «Высшая математика и информационные технологии» Навоийского государственного горного института, **Карабекян С.Х.** - ассистент кафедры «Высшая математика и информационные технологии» Навоийского государственного горного института

**Аннотация.** Электр симлари тармоқларига муз оғирлигининг таъсирини ўрганиш шуни кўрсатадики, бу масала соҳадаги муҳим масалалардан биридир. Музнинг пайдо бўлиши фавқуллоддаги вазиятларга олиб келади. Уларни бартараф этиш учун кўпинча электр тармоқларини узиш керак бўлади ва бу иш бу тармоқдаги кўплаб истеъмолчиларини ҳамда корхоналарни тўхтатишини англатади. Муз ҳосил бўлишининг зарарланишини ўрганиш усулларидан бири бу электр узатиш тармоқларининг маълум бир сегментидаги симлар устидаги муз массасини ҳисоблаш усулини ишлаб чиқиш ва унинг натижасига асосан фавқуллоддаги вазиятларга олиб келмайдиган усулларни қўллашдир.

Ушбу мақола маълум вақт давомида ҳосил бўлган электр симларидаги муз массасини шамол тезлиги, ҳаво ҳарорати, ҳаво намлигини ҳисобга олган ҳолда, ҳақиқий ва интервал вариантларда ҳисоблаш масаласи ечилган. Электр узатиш тармоқларининг, айниқса заиф жойларида, муз ҳосил бўлишининг натижасини билиб, бу жараёни музнинг қалинлиги ортиб бораётгани фавқуллодда вазиятларга олиб келгунча олдини олиш мумкин. Муз массаси ётиши керак бўлган интервал ечим олинди.

**Калит сўзлари:** муз, муз ҳосил бўлиши, электр сим тармоқлари, сим массаси, муз массаси, шамол тезлиги, ҳаво ҳарорати, ҳаво намлиги, сим зичлиги, кесим майдони, ҳажм, интервал, функция, интервал кенглиги, дифференциал, функциянинг интервал кенгайтмаси, ортирма.

**Аннотация.** Изучение влияния гололёдной нагрузки на линии электрических проводов (ЛЭП) показывает, что эта задача является одним из важных вопросов в этой отрасли. Гололедообразование приводит к аварийным ситуациям, для устранения которых часто приходится отключить линии электрических проводов, а это означает остановку многих предприятий, питающихся по этой магистрали. Одним из способов изучения ущерба гололедообразования является разработка методики вычисления массы льда на проводах на некотором отрезке ЛЭП и в зависимости от массы льда на проводах применяются те или иные методы предотвращения аварийных ситуаций.

В данной статье решается задача вычисления массы льда на электрических проводах, в вещественном и интервальном вариантах, в зависимости от скорости ветра, температуры воздуха, влажности воздуха, образованного в течение некоторого времени. Зная результат гололедообразования в особенно уязвимых

местах ЛЭП, можно предотвратить этот процесс, пока увеличивающаяся толщина льда не приведет к аварийным ситуациям. Получен интервал, в пределах которого должна быть масса льда.

**Ключевые слова:** гололед, гололедообразования, линии электрических проводов, масса провода, масса льда, скорость ветра, температура воздуха, влажность воздуха, плотность провода, площадь поперечного сечения, объём, интервал, функция, ширина интервала, дифференциал, интервальное расширение функции, приращение.

**Abstract.** The study of the effect of ice load on electrical wire lines shows that this task is one of the important issues in this industry. Ice formation leads to emergency situations, for the elimination of which it is often necessary to disconnect the lines of electrical wires, and this means the shutdown of many enterprises powered by this line. One of the ways to study the damage to ice formation is to develop a method for calculating the mass of ice on wires on a certain segment of power lines.

This article solves the problem of calculating the mass of ice on electrical wires, in real and interval versions, depending on the wind speed, air temperature, air humidity formed over a period of time. Knowing the result of ice formation in especially vulnerable places of power lines, this process can be prevented until the increasing ice thickness leads to emergency situations. The interval was obtained, within which the ice mass should be.

**Key words:** ice, ice formation, electric wire lines, wire mass, ice mass, wind speed, air temperature, air humidity, wire density, cross-sectional area, volume, interval, function, interval width, differential, interval expansion of a function, increment.

Процесс гололедообразования на линиях электрических проводов (ЛЭП) является часто встречающимся явлением. Причинами гололедообразования могут быть в основном климатические условия: скорость ветра, влажность и температура воздуха в регионе, а также рельеф местности, по которой проходит ЛЭП. Гололедообразования на ЛЭП и его последствия приносят много ущерба в тех регионах, где используются электричество из этой линии. Если гололедообразования переходят допустимую норму, то впоследствии могут происходить аварийные ситуации в виде обрыва ЛЭП, ломаются изоляторы или могут



разрушаться конструкционные опоры. В данной статье решается задача вычисления массы льда на проводе в зависимости от вышеперечисленных условий появления гололедообразования.

Изучение, для прогноза, изменения гололедной нагрузки на линии электрических проводов в различных зарубежных и отечественных источниках [1,2,3], а также анализ проведенных экспериментальных данных показывает, что эта задача является одним из важных вопросов в этой отрасли. Гололедообразование приводит к аварийным ситуациям, для устранения которых часто приходится отключить ЛЭП, а это означает остановку многих предприятий, питающихся по этой магистрали. Экономический ущерб от гололедообразования в ЛЭП оказался очень высоким. Именно по этой причине рассматриваются различные методы устранения гололедообразования в ЛЭП [4,5]. Одним из способов изучения ущерба гололедообразования является разработка методики вычисления массы льда на проводах на некотором отрезке ЛЭП. Ниже рассматривается математическая модель гололедообразования и приводится алгоритм вычисления толщины льда, образованного в некоторой части ЛЭП.

Гололедообразование является процессом с неопределенными параметрами, имеющий фактор внешнего влияния, но образование льда происходит в некотором промежутке времени. Этот процесс можно рассмотреть, как технический процесс, параметры которого принимают значения из некоторого промежутка. В связи с этим процесс гололедообразования можно рассматривать в контексте интервального анализа. Некоторые параметры, которые влияют на процесс гололедообразования можно взять в виде интервалов. Исходя из этих соображений, процесс гололедообразования рассмотрим в двух вариантах, вещественном и интервальном. При этом результат, полученный интервальными методами, гарантированно содержит результаты, полученные в вещественном виде [6].

#### I. Вещественный вариант процесса гололедообразования.

Пусть, для определенности, рассматривается провод массой  $m$ , у которого длина равна  $l$ , плотность  $\rho$  и площадь поперечного сечения  $S$ , т.е. задана взаимосвязь этих параметров с массой, согласно [7], в виде:

$$m = \rho l S.$$

В процессе гололедообразования масса этого провода изменится. Требуется решить задачу об изменении массы провода в процессе образования на нём льда.

Для решения этой задачи, требуется изучить процесс гололедообразования, т.е. причины, при которых возникает гололедообразование. Возникновение гололедообразование зависит от следующих факторов: увеличение скорости

ветра, понижение температуры и увеличение влажности воздуха. Таким образом, эти три фактора являются основными, под их влиянием на проводе начинается процесс гололедообразования. За счёт образования на проводе гололеда увеличивается площадь поперечного сечения, вследствие чего увеличивается масса провода. Следовательно, эта задача сводится к изучению процесса увеличения площади поперечного сечения  $S$ . Площадь поперечного сечения  $S$  определяется следующим образом. Т.к. процесс гололедообразования зависит от скорости ветра, температуры и влажности воздуха в течение некоторого времени, то эту взаимосвязь можно написать в виде функции:

$$S = S(v, T, p, \tau), \quad (1)$$

где  $v$  – скорость ветра,  $T$  – температура воздуха,  $p$  – влажность воздуха,  $\tau$  – время.

Теперь определим взаимозависимость параметров  $v$ ,  $T$ ,  $p$ . Температура изменится при возрастании скорости ветра, поэтому

$$T = \alpha v,$$

где  $\alpha$  – коэффициент пропорциональности.

Так как температура понижается (по условию задачи она убывающая функция), то она берется с отрицательным знаком. Далее, влажность воздуха зависит от температуры. Эта зависимость описывается в виде  $p = -\beta T$ , где  $\beta$  – коэффициент пропорциональности. Из вышеуказанных рассуждений вытекает, что равенство (1) преобразуется в следующее уравнение

$$S = S(v, T, p, \tau) = \frac{pv\tau}{-T}. \quad (2)$$

Уравнение (2) является функцией четырёх переменных. Для определения изменения площади поперечного сечения  $S$  приводим её к функции трёх переменных, используя взаимозависимости скорости ветра, температуры и влажности воздуха. Для этого выразим температуру и влажность воздуха через скорость ветра, т.е.

$$T = -\alpha v \text{ и } p = \alpha\beta v.$$

Тогда будем иметь следующее уравнение

$$S = \frac{pv\tau}{-T} = \frac{\alpha\beta vv\tau}{\alpha v} = \beta v\tau. \quad (3)$$

#### II. Интервальный вариант процесса гололедообразования на ЛЭП.

Для получения интервальных расширений той или иной вещественных функции используем определения, приведенные в [8].

Обозначим через  $\tau = [\underline{\tau}; \bar{\tau}]$  интервал времени, здесь  $\underline{\tau}$  и  $\bar{\tau}$ , означают нижнюю и верхнюю границы интервала  $\tau$ . А следующие функции являются интервальными расширениями, соответствующих им функций:

$S = [\underline{S}; \bar{S}]$  – интервальное расширение площади  $S$ ;



$P = [P; \bar{P}]$  – интервальное расширение влажности воздуха  $p$ ;

$V = [V; \bar{V}]$  – интервальное расширение скорости ветра  $v$ ;

$T = [T; \bar{T}]$  – интервальное расширение температуры воздуха  $T$ .

Предположим, что все интервальные функции

1) определены и непрерывны в соответствующих интервалах;

2) монотонны по включению.

Из предположения следует, что  $S \in \mathcal{S}$ ,  $p \in \mathcal{P}$ ,  $v \in \mathcal{V}$ ,  $T \in \mathcal{T}$ ,  $\tau \in \mathcal{T}$ .

Замечание. Далее всюду, согласно [9], будем использовать полную интервальную арифметику Каухера, которую принято обозначать  $KR$  в отличие от  $IR$ . Это означает что, если

$* \in \{+, -, \cdot, / \}$ , то операция  $(*)$  выполнена в  $KR$ . Теперь приступим к изложению интервального варианта процесса гололедообразования на ЛЭП.

Выражение (1) напомним, как функцию, зависящую от интервальных параметров

$$S = S(V, T, P, \tau), \quad (4)$$

где  $V$  – скорость ветра,  $T$  – температура воздуха,  $P$  – влажность воздуха.

Рассуждая точно также, как в вещественном случае [10] получим, что равенство (4) преобразуется в следующее интервальное уравнение

$$S = S(V, T, P, \tau) = -\frac{PV\tau}{T}. \quad (5)$$

Уравнение (5) является функцией четырёх интервальных переменных. Выполнения интервальной операции в этом случае становится затратным по времени. Для определения изменения площади поперечного сечения  $S$  приводим её к функции трёх переменных, используя взаимозависимости скорости ветра, температуры и влажности воздуха, что делает выполнение операций интервальных действий более кратким. Для этого выразим температуру и влажность воздуха через скорость ветра, т.е.

$$T = -\alpha V \quad \text{и} \quad P = \alpha \beta V.$$

Следовательно,

$$S = -\frac{PV\tau}{T} = \frac{\alpha\beta VV\tau}{\alpha V} = \beta V\tau. \quad (6)$$

Из уравнения (6) определим скорость изменения площади поперечного сечения  $S$  при изменении скорости ветра.

$$\begin{aligned} S + \Delta S_v &= \beta(V + \Delta V)\tau. \\ \Delta S_v &= \beta V\tau + \beta \Delta V\tau - S = \beta V\tau + \beta \Delta V\tau - \beta V\tau \\ &= \beta \Delta V\tau. \end{aligned}$$

Отсюда находим предел отношения приращения  $\Delta S$  к приращению  $\Delta V$ , при  $\Delta V \rightarrow 0$ :

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta V} = \dot{S} = \beta\tau \quad \text{или} \quad dS = \beta\tau dV \quad (7)$$

Интегрируя обе части равенства (7) получим

$$S_v = \beta V\tau + C_1, \quad (8)$$

где  $C_1 = [C_1, \bar{C}_1]$  – интервальная постоянная интегрирования. Постоянная  $C_1$  находится из начальных условий

$$S(0) = S_0, \quad V(0) = V_0, \quad \tau(0) = \tau_0. \quad (9)$$

$$C_1 = S_{0v} - \beta\tau_0 V_0. \quad (9a)$$

Далее, выражая  $S$  через  $T$  и  $P$  получим равенства в виде (6), т.е. зависимость площади от температуры и влажности. Рассуждая таким же образом, как для случая  $v$  скорости ветра и проведя аналогичные операции, учитывая, что  $T(0) = T_0$ ,  $P(0) = P_0$ , получим

$$S_T = \frac{\beta}{\alpha} \tau T + C_2, \quad (10)$$

$$C_2 = S_{0T} + \frac{\beta}{\alpha} \tau_0 T_0 \quad (10a)$$

$$S_p = \frac{1}{\alpha} \tau P + C_3. \quad (11)$$

$$C_3 = S_{0p} - \frac{1}{\alpha} \tau_0 P_0. \quad (11a)$$

Теперь суммируя, левые и правые части равенства (8), (10) и (11) имеем:

$$\begin{aligned} S &= S_v + S_T + S_p \\ &= \frac{1}{3}(\beta V\tau + C_1 + \frac{\beta}{\alpha} \tau T + C_2 + \frac{1}{\alpha} \tau P \\ &\quad + C_3) \end{aligned}$$

или

$$S = \frac{1}{3}(\beta V + \frac{\beta}{\alpha} T + \frac{1}{\alpha} P)\tau + C, \quad (12)$$

где  $C = \frac{1}{3}(C_1 + C_2 + C_3)$ .

Найденное выражение для площади поперечного сечения (12) подставим в формулу нахождения массы ЛЭП:

$$M = \rho l S = \rho l \left[ \frac{1}{3}(\beta V + \frac{\beta}{\alpha} T + \frac{1}{\alpha} P)\tau + C \right]. \quad (13)$$

При вычислении массы учитываются начальные условия, при  $\tau(0) = \tau_0$ , для выражений площади поперечного сечения  $S(0) = S_0$  начальные данные

$$V(0) = V_0 - \text{ скорости ветра;}$$

$$T(0) = T_0 - \text{ температуры;}$$

$$P(0) = P_0 - \text{ влажности воздуха.}$$

Постоянную  $C$  из (12) определим следующим образом

$$C = S_0 - \frac{1}{3}(\beta V_0 + \frac{\beta}{\alpha} T_0 + \frac{1}{\alpha} P_0)\tau_0.$$

Теперь оценим ширину полученной массы  $M$ . Для этого используем свойства функции интервальной ширины.

Масса ЛЭП является функцией, зависящей от плотности провода  $\rho$ , длины  $l$  и площади поперечного сечения  $S$ , т.е.

$$M = M(\rho, l, S).$$

Тогда для ширины массы имеет место оценка:

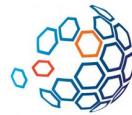
$$\begin{aligned} \text{wid}(M) &= \text{wid}(M(\rho, l, S)) = \text{wid}(\rho l S) = \\ &= \rho \text{wid}(l) \text{wid}(S) \leq \\ &\leq \rho \max(l) \text{wid}(S) = \rho L \text{wid}(S), \end{aligned} \quad (14)$$

где  $L$  – максимальная длина провода, используемая при экспериментальных данных.

Из оценки (14) следует, что

$$m \in M = [M, \bar{M}]. \quad (15)$$

Включение (15) означает, что максимальная масса льда на ЛЭП должна быть в пределах



интервала  $M$ . Если масса льда превосходит максимального значения этого интервала, т.е. если масса льда на проводе будет больше, чем  $\bar{M}$ , то на линии создаётся аварийная ситуация, которая может привести к разрыву электрического провода. Численное значение  $\bar{M}$  можно вычислить, используя вышеприведенные данные для вещественного случая, т.к.  $\bar{M}$  является вещественным числом.

**Выводы.** При решении поставленной задачи, проведено тщательное исследование процесса гололедообразования, приводящее к аварийным ситуациям. На основе анализа проведенных исследований определена аналитическая зависимость тех параметров, которые приводят к гололедообразованию на линиях и в результате

получены формулы, как в вещественном, так и в интервальном варианте, вычисления массы льда, образованной в определенной части ЛЭП. Используя исходные данные, получены результаты по готовой формуле. Эти результаты сравнены с результатами, полученными экспериментально. При сопоставлении результатов, выяснено, что погрешность составляет менее 0,01%. Полученный результат гарантированно лежит на указанном интервале. Если масса льда превосходит максимальное значение этого интервала, т.е. если масса льда на проводе будет больше  $\bar{M}$ , то на линии создаётся аварийная ситуация, которая может привести к разрыву ЛЭП.

#### Литературы

1. Т.Ю.Степанова, В.В. Бойцова, Прикладная механика: учебное пособие, – Иваново, 2018. – 156 с.
2. Никитина И.Э., Абдурахманов Н.Х., Никитина С.А. Способы удаления льда с проводов линий электропередачи. Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». 2015. №3.
3. Подрезов О.А. Опасные скорости ветра и гололедные отложения в горных районах-Л.: Гидрометеоздат, 2010.-235с.
4. Глухов В.Г. Метеорологические условия образования гололеда // Тр. ГТО. -2012.
5. Леухина Г.И. Гололедно-изморозевые явления и обледенение проводов в Средней Азии. 3-изд.-Л.: Гидрометеоздат, 2012. -136с.

6. О.Ж. Худайбердиев, С.Х.Карабекян, Г.М. Норов, Э.О. Жумабоев. “Математическое моделирование процесса гололедообразования и вычисление массы льда на линиях электрических проводов”. Научно-технический и производственный журнал “Горный вестник Узбекистана-2”. № 85. Навои. 2021. Стр 88-90.
7. Неймарк Ю.И. Математическое моделирование как наука и искусство: Учебник. –2-е изд., – Н. Новгород: 2010. – 420 с.
8. Фесик С. П. «Справочник по сопротивлению материалов». Киев «Будівельник» 1982 г, 308с.
9. Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. Новосибирск, Наука: 1986. -186с.
10. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. Новосибирск, Издательство «XYZ»-2019. -632с.