ОПРЕДЕЛИТЬ НАТЯЖЕНИЕ НИТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА ПО ЗАДАННОМУ ДВИЖЕНИЮ

Турсинбоева Зебо [0009-0006-6979-4429], Фозилов Ориф[0009-0002-3012-375X]

Турсинбоева Зебо Уринбоевна – старший преподаватель кафедры “Высшая математика и информационные технологии” Навоийского государственного горно-технологического университета, Узбекистан, **Фозилов Ориф Одилжон угли –** ассистент кафедры “Высшая математика и информационные технологии” Навоийского государственного горно-технологического университета, Узбекистан.

Аннотация. В данной статье на основе заданного движения определена натяжение нити математического маятника. Для определения значений натяжения нити математического маятника, нужно воспользоваться уравнениями движения маятника и принципом динамики. Задача решена с помощью дифференциальных уравнений движения материальной точки и численные результаты были получены и проанализированы с использованием программой C++.
Ключевые слова: натяжения нити, математический маятник, силы тяжести, движения, длина, вес, программа, язык C++.

Abstract. In this article, based on a given movement, the tension of the thread of a mathematical pendulum is determined. To determine the tension values of the thread of a mathematical pendulum, you need to use the equations of motion of the pendulum and the principle of dynamics. The problem was solved using differential equations of motion of a material point and numerical results were obtained and analyzed using a C++ program.
Keywords: string tension, mathematical pendulum, gravity, motion, length, weight, program, C++ language.

Annotatsiya. Ushbu maqolada berilgan harakatga asoslanib, matematik mayatnik ipining tarangligi aniqlanadi. Matematik mayatnik ipining kuchlanish qiymatlarini aniqlash uchun mayatnikning harakat tenglamalaridan va dinamika printsipidan foydalanimiz. Masala moddiy nuqta harakatining differensial tenglamalari yordamida yechilgan va C++ dasturi yordamida sonli natijalar olingan va tahlil qilingan.
Kalit so'zlar: ip tarangligi, matematik mayatnik, og’irlik kuchi, harakat, uzunlik, vazn, dastur, C++ tili.

Введение

Для определения сил, действующих на объект, по заданному движению можно использовать законы Ньютона и принцип виртуальных перемещений, а также методы из общей механики. Уравнения движения могут быть использованы для нахождения сил в сложных динамических системах. Это включает уравнения Ньютона для твердого тела, уравнения Эйлера-Лагранжа для обобщенных координат, а также другие методы, такие как метод конечных элементов или метод множителей Лагранжа.

В общем случае, для того чтобы определить сил по заданному движению необходимо учитывать характеристики движения объекта, его массу, геометрию и свойства окружающей среды. Использование соответствующих методов анализа и подходов позволяет эффективно определить силы, действующие на объект в конкретной ситуации.

В динамике прямая задача материальной точки является основной задачей в анализе движения материальных объектов под воздействием внешних сил. Её решение позволяет предсказать поведение точки в пространстве и времени при заданных внешних условиях.

DOI 10.24412/2181-1431-2024-2-66-70

Уравнения движения материальной точки могут быть записаны с использованием второго закона Ньютона, который гласит, что сумма всех внешних сил, действующих на точку, равна произведению массы точки на её ускорение. Формально это выражается уравнением: $F = ma$, где F - сумма всех внешних сил, действующих на точку, m - масса материальной точки, a - ускорение точки. Учитывая, что ускорение определено как производная скорости по времени $(a = \frac{dv}{dt})$, мы можем переписать уравнение в виде: $F = m \cdot \frac{dv}{dt}$. Раскрыв производную, получаем: $F = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$, где x - координата точки по времени.

Это уравнение дифференциально относительно $x(t)$, координаты точки в зависимости от времени. Для его решения требуются начальные условия (например, начальная позиция и начальная скорость) и информация о силах, действующих на точку в зависимости от времени и координаты.

Уравнения материальной точки плоского движения можно выразить в виде уравнений для её координат x и y в зависимости от времени t. Для этого используются уравнения движения в направлениях x и y, которые основаны на втором законе Ньютона. Если на точку действуют только силы, направленные вдоль осей x и y, то можно записать следующие уравнения движения:

Для направления x: $F_x = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$

Для направления y: $F_y = m \cdot \frac{d^2y}{dt^2}$

Здесь F_x и F_y - компоненты всех внешних сил, действующих на точку вдоль соответствующих направлений, m - масса материальной точки, а $x(t)$ и $y(t)$ - её координаты в зависимости от времени t.

Уравнения могут быть решены численно или аналитически с использованием начальных условий (например, начальной позиции и начальной скорости) и информации о силах, действующих на точку.

Для определения натяжения нити математического маятника по заданному движению нужно воспользоваться уравнениями движения маятника и принципом динамики.

Математический маятник — это маятник, у которого масса сосредоточена в точке (то есть, он представляет собой материальную точку), и он движется в поле силы тяжести. Уравнение движения математического маятника можно записать с применением уравнения Эйлера-Лагранжа.

Пусть θ — это угол отклонения маятника от вертикального положения. В данном случае кинетическая энергия маятника будет $T = \frac{1}{2} m(\dot{\theta})^2$, а потенциальная энергия будет $U = mgl(1 - \cos(\theta))$, где m - масса маятника, $\dot{\theta}$ - угловая скорость, g - ускорение свободного падения, l - длина нити.

Уравнение Эйлера-Лагранжа для этой системы будет:

© Journal of Advances in Engineering Technology Vol.2(14), April – June, 2024
DOI 10.24412/2181-1431-2024-2-66-70

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

где $\mathrm{L} = \mathrm{T} - \mathrm{U}$ - функция Лагранжа.

После решения этого уравнения можно получить уравнение движения для маятника. Натяжение нити можно определить как силу, направленную к центру масс маятника. Для определения натяжения нити можно воспользоваться уравнением второго закона Ньютона для составляющей силы, направленной вдоль нити.

Обратите внимание, что решение этой задачи может быть сложным, и результат зависит от точной формулировки начальных условий и свойств маятника.

Постановка задачи и методы ее решения

Будим применить рассмотренную теоретическую информацию к решению конкретной проблеме.

Задача: Найти натяжение нити математического маятника с длиной l и веса *P*, если качания маятника совершаются согласно уравнению $\varphi = \varphi_0 \sin kt$ (φ-угол отклонения маятника от вертикального положения, φ_0 и k-постоянные величины).

Решение: Приставим что, маятника в промежуточном положении, при котором его нить образует с вертикалью угол φ, направим ось n вдоль нитки, а ось τ – перпендикулярно к оси n, в сторону возрастания угла φ

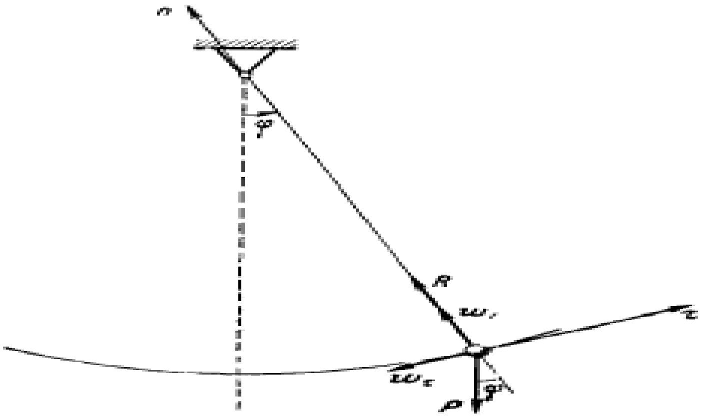

Рис.1. Положения маятника

Уделим внимания к свойству маятника, ему приложены следующие силы: вес маятника P и сила реакции нити R. Эти силы представлены на рисунки, а также составляющие ускорения маятника ω_n и ω_τ. Для того чтобы определить силы реакции нити маятника R применяем дифференциальное уравнение движения материальной точки в проекции на главную нормаль n:

$$m\omega_n = \sum F_{kn}$$

В этом случае учитывая, что $\omega_n = l\dot{\varphi}^2$ имеем:

$$ml\dot{\varphi}^2 = R - P\cos\varphi,$$

$$R = P\cos\varphi + \frac{P}{g} l f^2. \qquad (1)$$

© Journal of Advances in Engineering Technology Vol.2(14), April – June, 2024
DOI 10.24412/2181-1431-2024-2-66-70

По условию $\varphi = \varphi_0 \sin kt$, то

$$\dot{\varphi} = \varphi_0 k \cos kt.$$

Поставив значение φ и $\dot{\varphi}$ на (1), находим силу реакции:

$$R = P\left[\cos(\varphi_0 \sin kt) + \frac{k^2 l \varphi_0^2}{g} \cos^2 kt\right].$$

Сила реакции нити маятника достигается наибольшего значения в отвесном положении, т.е. когда $kt = n\tau$:

$$R_{\max} = P(1 + \frac{lk^2}{g}\varphi_0^2).$$

Полученное натяжение нити математического маятника T, направлено противоположно силе реакции R и равно её по модулю.

Решение этой задачи будем получать и проанализировать с использованием программой C++.

```
#include <math.h>
using namespace std;
int main ()
{
setlocale(LC_ALL, "Russian");
          system ("color f1");
          float P,l,r,R,m,k,y,y0,t,Rmax,T;
          float const g=9.8;
          cout << "Вес математического маятника P = " ; cin >> P;
          cout << "Длина математического маятника l = " ; cin >> l;
          cout << "Угол отклонения маятника от вертикального положения y0=";
  cin >> y0;
          cout << "Момент времени t = " ; cin >> t;
          cout << "Угловая частота маятника k = " ; cin >> k;
          if (t>0)
{
y=y0*k*cos(k*t);
          R=P*(cos(y0*sin(k*t))+(k*k*l*y0*y0)/g*cos(k*t)*cos(k*t));
          Rmax=P*(1+l*k*k/g*y0*y0);
          T=fabs(R);
          cout << "Сила реакции нити R = " << R << endl;
          cout << "Наибольшая значения сила реакции нити Rmax = " << Rmax << endl;
          cout << "Натяжение нити T = " << T << endl;
          if (t<0)
          { cout << "Момент времени ни является отрицательным" <<  endl;
}
}
return 0;
}
```


© Journal of Advances in Engineering Technology Vol.2(14), April – June, 2024
DOI 10.24412/2181-1431-2024-2-66-70

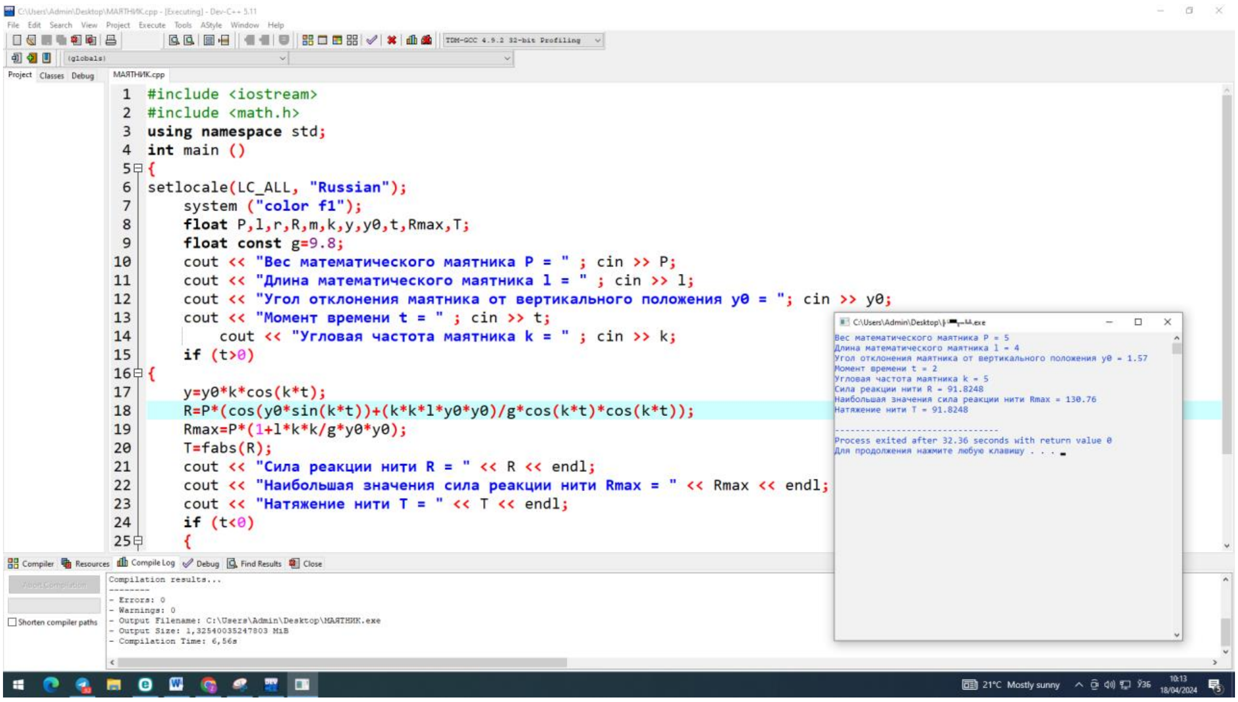

Рис.2. Решение задачи на C++

Заключение

В результате работы разработана математическая постановка для определения натяжение нити математического маятника по заданному движению. При использовании междисциплинарной интеграции при решении динамических задач упростить работу и улучшает творческий подход пользователя.

Список использованных литературы

[1.] Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Москва, Наука. 1966

[2.] Z.U. Tursinboyeva, & Z.T. Ismoilova (2022). The use of Software Tools in Solving some Mathematical Problems. Texas Journal of Engineering and Technology, 8, 115–118. Retrieved from https://zienjournals.com/index.php/tjet/article/view/1732

[3.] Nazirov Sh.A., Qobulov R.V., Bobojonov M.R., Raxmanov Q.S. C va C++ tili, 2013.