Боева О. Х.

СВЯЗЬ РАСПОЛОЖЕНИЯ ПОЛЮСОВ С ЗАПАСОМ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ МНОГОМЕРНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ С НАБЛЮДАТЕЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Боева Окила Хусановна– PhD., доцент кафедры “Автоматизация и управление” Навоийского государственного горного и технологического университета

Аннотация. Рассмотрение задач синтеза регулятора для нестационарными линейными системами или линейными системами с переменными параметрами может быть продиктовано необходимостью удовлетворения некоторого запаса устойчивости системы автоматического управления к незначительным возмущениям как со стороны датчиков, считывающих состояние системы, так и со стороны изменения параметров самого объекта с течением времени. Кроме того, реальный объект управления по сравнению с его математической моделью довольно часто содержит некоторые неопределенности, которые не должны существенно повлиять на качество управления. Настоящая работа посвящена рассмотрению примера синтеза многоканального регулятора, который обеспечивал запас устойчивости, если объект управления содержит некоторые неопределенности или его математическая модель неизвестна с точностью до определенных параметров.

Ключевые слова: наблюдатель состояния, управления, объект регулирования, полиномиальная матрица, устойчивость.

Аннотация. Ностационар чизиқли тизимлар ёки ўзгарувчан параметрлар эга чизиқли тизимлар учун ростлагични синтез қилиш муаммоларини кўриб чиқиш тизимнинг ҳолатини тавсифлайдиган датчиклар томонидан ҳам, маълум вақт ичида объектнинг параметрларининг ўзгариши ҳам кичик ғалаёнларга автоматик бошқариш тизимининг турғунлик заҳирасини таъминлаш билан боғлиқ бўлиши мумкин. Бундан ташқари, реал бошқариш объектини унинг математик модели билан таққослаганда, кўпинча назорат сифатига сезиларли таъсир кўрсатмаслиги керак бўлган ноаниқликларни ўз ичига олади. Ушбу мақола бошқариш объектида қисман ноаниқликлар мавжуд бўлса ёки унинг математик моделида маълум параметрлар номаълум бўлса, турғунлик заҳирасини таъминлайдиган кўп каналли ростлагичлар синтез қилишга мисол келтирилган.

Калит сўзлар: ҳолат кузатувчиси, бошқариш, ростлаш объекти, полиномиал матрица, турғунлик.

Annotation. Consideration of the problems of designing a controller for non-stationary linear systems or linear systems with variable parameters can be dictated by the need to satisfy a certain margin of stability of the automatic control system to minor disturbances both from sensors that read the state of the system, and from changes in the parameters of the object itself over time. In addition, a real control object, in comparison with its mathematical model, quite often contains some uncertainties that should not significantly affect the quality of control. This paper is devoted to an example of the synthesis of a multichannel controller, which provided a margin of stability if the control object contains some uncertainties or its mathematical model is unknown up to certain parameters.

Key words: state observer, control, regulation object, polynomial matrix, stability.

В связи со сложностью современных технических систем для обеспечения заданного уровня регулирования несколькими выходными величинами в них модели технических систем в некоторых случаях представляются в многоканальном виде. При этом в некоторых случаях только многоканальные регуляторы могут обеспечить необходимые качественные характеристики регулирования для многоканального объекта. Вычисление параметров многоканального регулятора – нетривиальная задача, и ее решению посвящено большое количество работ [1–5].

В настоящей работе рассмотрена задача синтеза системы автоматического управления (САУ) с использованием метода полиномиального матричного разложения системы.

Наблюдатели состояния является важным инструментом реализации регулятора по состоянию. Они возникают при использовании принципа регулирования по состоянию, который проиллюстрирован на рис.1, где 1-объект регулирования, 2-наблюдатель, w -задающее воздействие, y - регулируемая переменная, u - управляющее воздействие, w, y, u - m -мерные векторы.

Для управляющего воздействия имеем:

$$u = -\hat{u}_R + Lw.$$

Пусть $\hat{x}$-оценка наблюдателем фактического вектора состояния x.

Тогда из уравнения обратной связи по состоянию:

$$u_R = Kx$$

имеем

$$\hat{u}_R = K\hat{x}$$

На рис.2 (1-объект регулирования, 2-наблюдатель для $u_R(s)$) представлен такой наблюдатель в частотной области, который называется наблюдателем управления. Его отдельные элементы представляют собой

DOI 10.24412/2181-1431-2022-4-13-18

рациональные (по s) передаточне $m \times m$-матрицы $\mathrm{F_u}(s)$ и $\mathrm{F_y}(s)$.

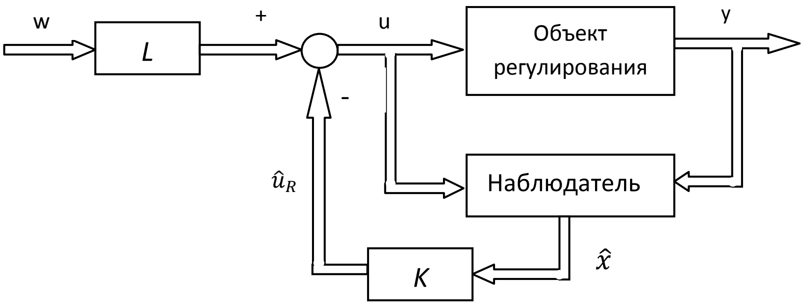

Рис.1.

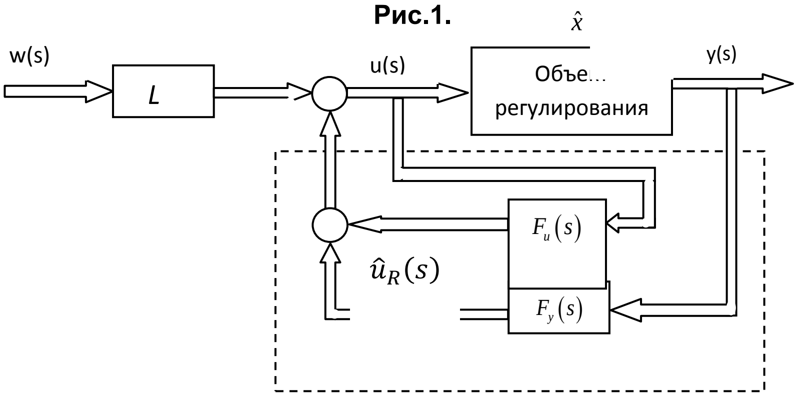

Рис.2.

Будем предполагать, что объект имеет передаточные $m \times m$-матрицу $F(s)$, элементы которой являются рациональными передаточными функциями. Тогда связь между управляющим воздействием $u(s)$ описывается равенством

$$y(s) = F(s)u(s).$$

Будем также предполагать, что матрица $F(\mathrm{s})$ имеет простое справа представление

$$F(s) = Z(s)N^{-1}(s),$$

где $Z(s)$ и $N(s)$ - полиномиальные $m \times m$-матрицы, наибольший общий делитель которых является унимодулярной матрицей.

Представление передаточной матрицы с помощью полиномиальных матриц, согласно равенству (1) называется факторизацией или факторизованный представлением [6-8]. Передаточные матрицы $F_u(s)$ и $F_y(s)$ наблюдателя управления представляются следующие факторизованной форме:

$u_R(s)$

$$F_y(s) = D^{-1}(s)Z_y(s),$$

$$F_u(s) = D^{-1}(s)Z_u(s).$$

Нули полинома

$$P_B(s) = \det(D(s))$$

называется полюсами наблюдателя.

Для регулируемой переменной имеем соотношение

$$\mathrm{y}(s) = Z(s)\tilde{N}^{-1}(s)Lw(s),$$

где $\tilde{N}(s)$-по существу, произвольно выбираемая полиномиальная матрица с устойчивыми с собственными значениями.

Положим

$$\mathrm{N_R}(s) = D(s) + Z_u(s).$$

Тогда для системы регулирования рис.2 имеем следующие представление в частотной области (рис.3), где $z(s)$ - возмущение.

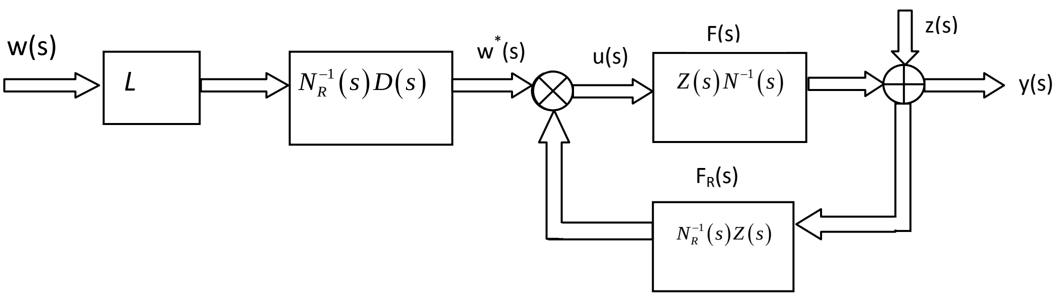

Рис.3.

DOI 10.24412/2181-1431-2022-4-13-18

Для простоты реализации наблюдателя управления будем считать $D(s)$ диагональной матрицей:

$$D(s)=\begin{bmatrix} d_1(s) & & & & \\ & d_2(s) & & & \\ & & \ddots & 0 & \\ & 0 & & \ddots & \\ & & & & d_m(s) \end{bmatrix}.$$

Для определения матриц $N_R(s)$ и $Z_y(s)$ имеем следующие уравнение:

$$N_R(s)N(s)+Z_y(s)Z(s)=D(s)\tilde{N}(s). \qquad (2)$$

Приравнивания соответствующие коэффициенты, получим систему линейных уравнений для определения коэффициентов отдельных элементов матриц $N_R(s)$ и $Z_y(s)$.

Будем предполагать, что наблюдатель управления содержит интегрирующую часть. Тогда $N_R(s)$ имеет следующий вид [9,10]:

$$N_R(s)=\underbrace{\begin{bmatrix} s & & & \\ & s & & 0 \\ 0 & & \ddots & \\ & & & s \end{bmatrix}}_{m\ \ Spalten}\cdot N'_R(s).$$

Для полиномов $d_i(s)$ матрицы $D(s)$ должно выполняться неравенство

$$Ord.(d_i(s))\geq v, \quad i=1,2,...,m,$$

где v - индекс наблюдаемости объекта.

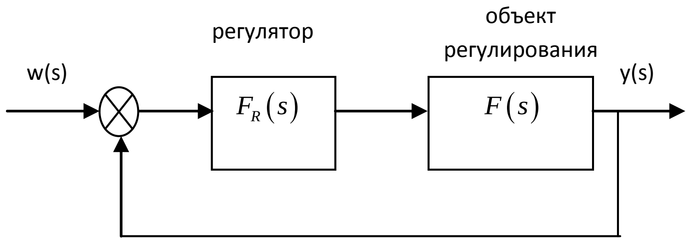

рис.4

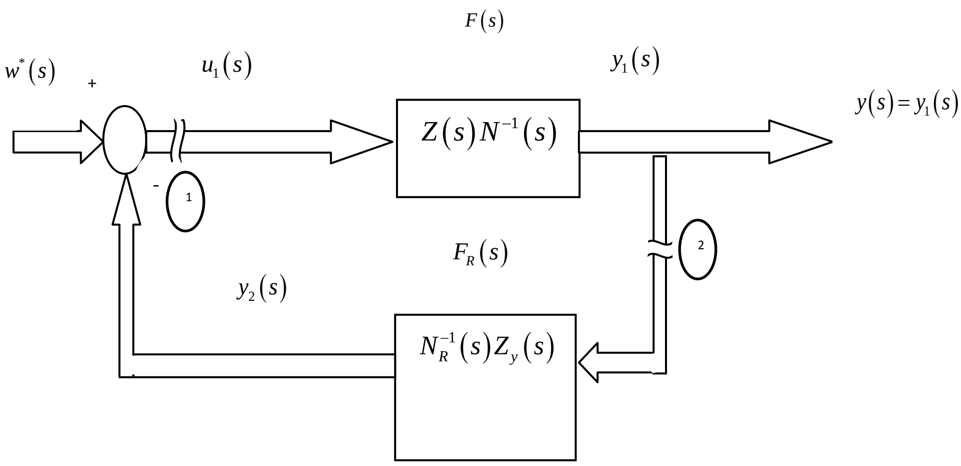

рис.5

Запас устойчивости является мерой того, как далеко система регулирования находится от границы устойчивости. к для представленной на рис.4 одномерной системы регулирование (1 - регулятор, 2 - объект регулирования) запас устойчивости характеризуется так называемым радиусом устойчивости r_s. Если

DOI 10.24412/2181-1431-2022-4-13-18

$$F_0(s) = F_R(s)F(s)$$

- передаточная функция разомкнутой системы регулирования, то

$$r_s = \min_{0 \le \omega \le +\infty} (|1 + F_0(\omega)|).$$

Обычно от системы требуется, чтобы

$$r_s \geqq 0{,}5.$$

Аналогичная характеристика запаса устойчивости для многомерных систем регулирования определяется следующим образом. На рис.5 представлен контур регулирования, в соответствующей системе регулирования рис.3, на основе наблюдателя управления.

В отличие от одномерной системы регулирования, в этой системе передаточная матрица разомкнутой системы зависит от того, в каком месте разрезается контур (в точке 1 или в точке 2).

Однако, как нетрудно показать, основную роль играет передаточная матрица $F_0(s)$, соответствующая разрезу в точку 1.

Для $F_0(s)$ имеем

$$y_1(s) = -F_0(s)u_2(s)_\eta$$

где

$$F_0(s) = F(s)F_R(s) \quad (3)$$

$$F_R(s) = F_R^{-1}(s)Z_y(s) \quad (4)$$

а $F(s)$ определяется равенством (1).

В последующем рассмотрении используется соответствующие произвольной действительной или комплексной $\mathrm{n} \times \mathrm{n}$ - матрицы $\mathbf{A}$ так называемые сингулярные значения $k_i(\mathbf{A})$.

Обозначим собственные значение произвольной матрицы $\mathbf{B}$ через $\lambda_i(\mathbf{B})$. Тогда по определению

$$k_i(\mathbf{A}) = +\sqrt{\lambda_i(\mathbf{A}^*\mathbf{A})}, \quad i = 1,2,\ldots,n$$

где $\mathbf{A}^*$ - транспортированная к $\mathbf{A}$ матрица.

Основную роль при рассмотрении запаса устойчивости и анализе возмущенного поведения системы играют следующие сингулярные значения:

$$k_n(\mathbf{A}) = \min_i (k_i(\mathbf{A})),$$

$$k_x(\mathbf{A}) = \max_i (k_i(\mathbf{A})).$$

Кроме того, в дальнейшем будем предполагать, что $F_0(s)$ - что номинальная передаточная Матрица разомкнутой системы, а фактическая передаточная Матрица разомкнутые системы равна

$$F_0^e(s) = F_0(s) + \Delta F_0(s),$$

где $\Delta F_0(s)$- возмущение передаточной матрицы, возникающие в следствие отклонений параметров объекта или регулятора от соответствующих номинальных значений.

Система регулирования по передаточной матрице $F_0^\varepsilon(s)$ устойчива, если выполнены следующие условия:

1) номинальная система регулирования устойчива;

2) $F_0^\varepsilon(s)$ имеет тоже число полюсов в правой s - полуплоскости, что и $F_0(s)$, а полюсы $F_0^\varepsilon(s)$ и $F_0(s)$, лежащие на минимальную оси, совпадают:

3) выполняется следующее неравенство:

$$k_x(\Delta F_0(\omega)) < k_n(I + F_0(\omega)), \; 0 \le \omega \le +\infty.$$

Тогда величина

$$r_s = \min_{0 \le \omega \le +\infty} (k_n(1 + F_0(\omega))) \quad (5)$$

представляет собой меру того, как далеко, но находится номинальная система регулирования от границы устойчивости. Определяется равенством (5) величина r_s называется радиусом устойчивости. Аналогично одномерному случаю, требуется, чтобы $r_s \ge 0{,}5$.

Рассмотрим равенство (1). Нули $\det(Z(s))$ назовем нулями $F(s)$, а нули $\det(N(s))$ - полюсами $F_i(s)$.

Покажем, что существует два класса объектов, обладающих очень малым радиусом устойчивости, даже в случае, когда полюсы системы регулирования выбраны вполне хорошо.

Рассмотрим сначала систему с удаленными полюсами объекта. Из соотношений (1), (2), (3) и (4) с учётом с отношения

$$P(s) = D(s)\tilde{N}(s) \quad (6)$$

следует равенство

$$I + F_0(s) = Z(s)N^{-1}(s)N_R^{-1}(s)P(s)Z^{-1}(s).$$

Отсюда имеем

$$\det(I + F_0(s)) = \frac{\det(P(s))}{\det(N(s)) \cdot \det(N_R(s))}. \quad (7)$$

Определим следующую передаточную функцию:

$$B(s) = \left| \frac{\det(P(s))}{\det(N(s)) \cdot \det(N_R(s))} \right|. \quad (8)$$

Для произвольной действительной или комплексной $\mathrm{n} \times \mathrm{n}$ - матрицы имеем

$$k_n(\boldsymbol{A}) \leq |\lambda_i(A)|, \quad i = 1,2,\ldots,n.$$

Если для какого-либо значения ω имеем $\mathrm{B}(\omega) \approx 0$, то из равенств (7), (8) следует

DOI 10.24412/2181-1431-2022-4-13-18

$\det(I+F_0(\omega))\approx 0$ и из равенства (5) следует $r_s \ll 1$.

Запишем следующие соотношения и допущения:

$$\det(P(s))=k_P\prod_{i=1}^{p}(s-s_{P,i}),$$

$$\det(N(s))=k_N N_a(s)N_b(s), \quad (9)$$

$$N_a(s)=\prod_{i=1}^{a}(s-s_{a,i}) \quad (10)$$

$$\left.\begin{aligned}&N_b(s)=\prod_{i=1}^{b}(s-s_{b,i}),\\ &|s_{b,i}|>>|s_{a,j}|,\\ &|s_{b,i}|\to\infty.\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

$$\det(N_R(s))=k_R\prod_{i=1}^{r}(s-s_{R,i})$$

В равенствах (9)-(11) $s_{a,i}$ представляет собой доминируемые, а $s_{b,i}$ - удаленные полюсы объекта.

В предложении, что полюсы системы регулирования $s_{P,i}$ выбраны так, что они по величины ненамного превосходят доминируемые полюсы объекта, существует частотная область $B1$, определяемая соотношениями

$$\left.\begin{aligned}&|s_{b,i}|<<\omega<<|s_{b,j}|,\\ &|s_{P,i}|<<\omega<<|s_{b,j}|.\end{aligned}\right\} \qquad \omega\in B1$$

Можно показать, чтобы области $B1$ существует значение ω, для которых $B(\omega)\approx 0$.

В отличие от предыдущего анализа, для объектов с малыми нулями в общем случае можно доказать наличие очень малого радиуса устойчивости лишь для двумерного регулятора чень малый радость устойчивости [6-8].

Рассмотрим следующие общие соотношение:

$x_a(s)=A(s)x_e(s)$,

где $A(s)$ - передаточная $n\times n$ - матрица. Имеют место следующие соотношения:

$$k_x(\mathbf{A}(\omega))=\max_{x_e(\omega)\neq 0}\frac{\|\mathbf{A}(\omega)x_e(\omega)\|}{\|x_e(\omega)\|},$$

$$k_n(\mathbf{A}(\omega))=\min_{x_e(\omega)\neq 0}\frac{\|\mathbf{A}(\omega)x_e(\omega)\|}{\|x_e(\omega)\|},$$

где $\|\cdot\|$ - евклидова векторная норма, а $k_n(\mathbf{A}(\omega))$ и $k_x(\mathbf{A}(\omega))$ - так называемые точка. При этом будем рассматривать следующие передаточную функцию:

$$C(s)=\left|\frac{\det(F_0(s))}{\det(I+F_0(s))}\right|.$$

Для $P(s)$ вида (6) из равенства (1), (2), (3), и (4) следует, что

$$C(s)=\left|\frac{\det(Z(s))\cdot\det(Z_y(s))}{\det(P(s))}\right|$$

Имеют место следующие соотношения и предположения:

$$\det(P(s))=k_P\prod_{i=1}^{p}(s-s_{P,i}),$$

$$\det(Z_y(s))=k_1\prod_{i=1}^{r}(s-s_{Z,i}),$$

$$\det(Z(s))=k_2 Z_c(s)Z_d(s),$$

$$Z_c(s)=\prod_{i=1}^{c}(s-s_{c,i}),$$

$$\left.\begin{aligned}&Z_d(s)=\prod_{i=1}^{d}(s-s_{d,i}),\\ &|s_{d,i}|<<\omega<<|s_{P,k}|,\\ &|s_{d,i}|\to 0.\end{aligned}\right\}$$

Здесь $s_{d,i}$ представляет собой малые нули объекта.

Определим частотные область $B2$ соотношениями

$$|s_{d,i}|<<\omega<<|s_{P,k}|, \qquad \omega\in B2.$$

Можно показать, что в области $B2$ существуют значения ω, для которых $C(\omega)>>1$. В этом случае имеем о

минимальный и максимальный коэффициенты усиления передаточной функции матрицы $\mathbf{A}(\omega)$.

Для исследования возмущенного поведения системы регулирования заметим, что из рис.3 с учетом равенства (3) следует, что

$$y(s)=(I+F_0(s))^{-1}\cdot z(s) \quad (12)$$

Кроме того,

$$k_x(I+F_0(\omega))^{-1}=\frac{1}{k_n(I+F_0(\omega))}. \quad (13)$$

При очень малых r_s величина $k_x((I+F_0(\omega))^{-1})$ очень мала по крайней мере для одного значения ω, однако, практически она очень мала в некоторой частотной области.

© Journal of Advances in Engineering Technology Vol.4(8), October – December, 2022
DOI 10.24412/2181-1431-2022-4-13-18

В этой области согласно равенству (13) передаточная матрица $(I+F_0(\omega))^{-1}$ обладает очень большим максимальным коэффициентом усиления, что согласно равенству (12) означает наличие большого максимального коэффициента усиления для возмущения $z(s)$.

Исследования по регулированию различных объектов показывают, что в этом случае имеем наиболее неблагоприятное возмущенное поведение.

Использованные литературы:

[1]. Воевода А.А., Шипагин В.И. Расчет регулятора для многоканального объекта с нестационарными параметрами, содержащего звенья запаздывания // Системы анализа и обработки данных том 85, № 1, 2022, с. 7–24.

[2]. Igamberdiev H.Z., Boeva O.H., Sevinov J.U. Sustainable Algorithms for Selecting Feedback in Dynamic Object Management Systems // Journal of Advanced Research in Dynamical and Control Systems. Volume 12, 07-Special Issue. 2020 –pp. 2162-2166. DOI: 10. 5373/JARDCS / V12SP7 /20202337.

[3]. Боева О.Х. Разработка прямые алгоритмы модального управления во много-входных линейных системах // Научно-технический журнал «Развитие науки и технологий», -Бухара. 2020, №5. –С. 120-129.

[4]. Sevinov J.U., Boeva O.H. Synthesis Algorithms for Adaptive-Modal Control Systems for Technological Objects with Delays / II International Scientific Conference. ASEDU-II 2021: Advances in Science, Engineering and Digital Education. –pp.

[5]. Sevinov J.U., Boeva O.H. Adaptive pole placement algorithms for of non-minimum-phase stochastic systems // International scientific and technical journal “Chemical technology. Control and management”. Tashkent. 2020. № 5-6. –pp. 38-43.

[6]. Igamberdiev H.Z., Sevinov J.U., Boeva O.H. Algorithms for modal control synthesis in multi-dimensional dynamic system // Chemical Technology, Control and Management. Volume 2021, Issue 5, Article 7. –pp. 45-51. DOI: https://doi.org/10.51346/tstu-02.21.5-77-0040.

[7]. Boyeva O.H., Izomov J.A. Algorithms of steady calculation of the vector of parameters of the regulator in linear systems on the basis of modal management // Scientific and methodical journal publishing house "Problems of Science" -Moscow. 2017, №40. –pp. 36-40.

[8]. Sevinov J.U., Boeva O.H. Algorithms for determining the placement of poles in multivariate systems with proportional-differential output feedback // International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology. Volume 8, Issue 3, March 2021. –pp. 16891-16897. (05.00.00; №8)

[9]. Боева О.Х., Мухаммадиева У.Х. Корневой метод синтеза устойчивых полиномов путем настройки всех коэффициентов / IX Международная научно-техническая конференция «Достижения, проблемы и современные тенденции развития горно-металлургического комплекса». Навоий. 14-16 июня, 2017. -С. 504.

[10]. Boeva O.H., Nomozova M.H. Modal analysis of dynamic systems / XXXIV International Scientific and Practical Conference "Research and Development 2018". Moscow, March 23, 2018. –pp. 51-53.